



1. Активные ядра галактик

15 баллов

Физическую природу активных ядер галактик (AGN) с их тепловым ультрафиолетовым излучением связывают с аккреционными дисками сверхмассивных чёрных дыр в галактических центрах.

Оптический спектр ярких AGN демонстрирует широкие эмиссионные линии излучения плотных газовых облаков в области BLR, ионизированной ультрафиолетовыми фотонами аккреционного диска (см. схему для лучшего понимания).

It is believed that the accretion disk around supermassive black holes (BH) at galactic centres gives rise to UV thermal emission. This emission is associated with Active Galactic Nuclei (AGNs).

The optical spectra of bright AGNs show additional bright broad emission lines. Those emission lines arise from the dense gas in the Broad Line Region (BLR), which is ionized by the UV photons from the accretion disk. See the sketch to visualise this model.

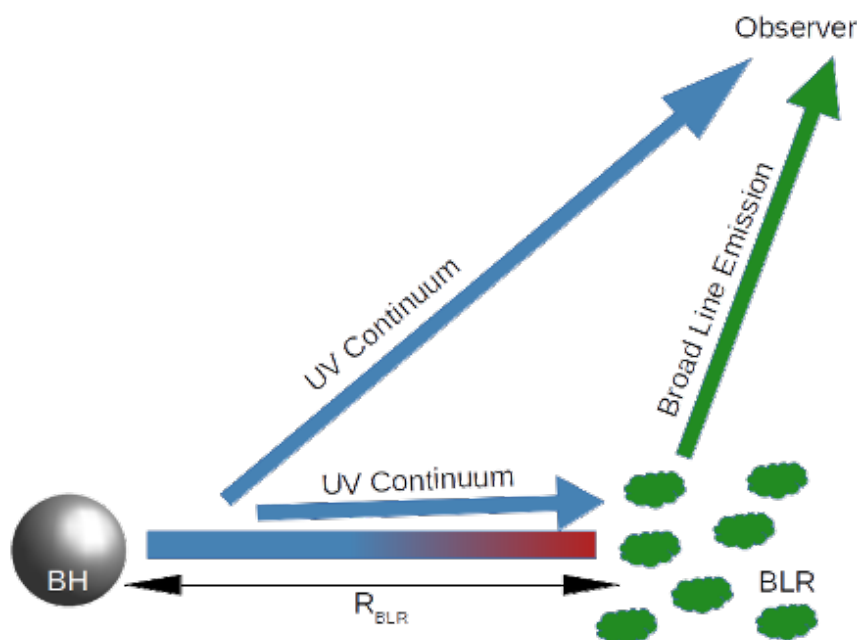


Рис. 1: BH — чёрная дыра с аккреционным диском, UV Continuum — тепловое ультрафиолетовое излучение (с непрерывным спектром), BLR — область газа с наблюдаемыми широкими эмиссионными линиями (Broad Line Emission).

Наблюдаемый поток излучения BLR изменяется совместно с изменением потока в ультрафиолетовом диапазоне, но с задержкой, прямо пропорциональной удалению R_{BLR} области BLR от центральной чёрной дыры.

Считайте, что размер аккреционного диска пренебрежимо мал по сравнению с R_{BLR} .

(a) Определите величину задержки (в днях) между сигналами в полосе В (непрерывный спектр) и в полосе широкой эмиссионной линии $H\beta$ по нижеприведённым кривым блеска.

We can assume that the flux of broad emission lines varies in response to the variation of the UV continuum with a time delay. This time delay is proportional to the separation R_{BLR} between the BH and the BLR.

Assume that the size of the accretion disk is negligible as compared to R_{BLR} .

1 Estimate the time lag (in days) between the B-band continuum and broad emission line ($H\beta$) using the light curves shown below. The x-axis is in reduced Julian Dates (JD).

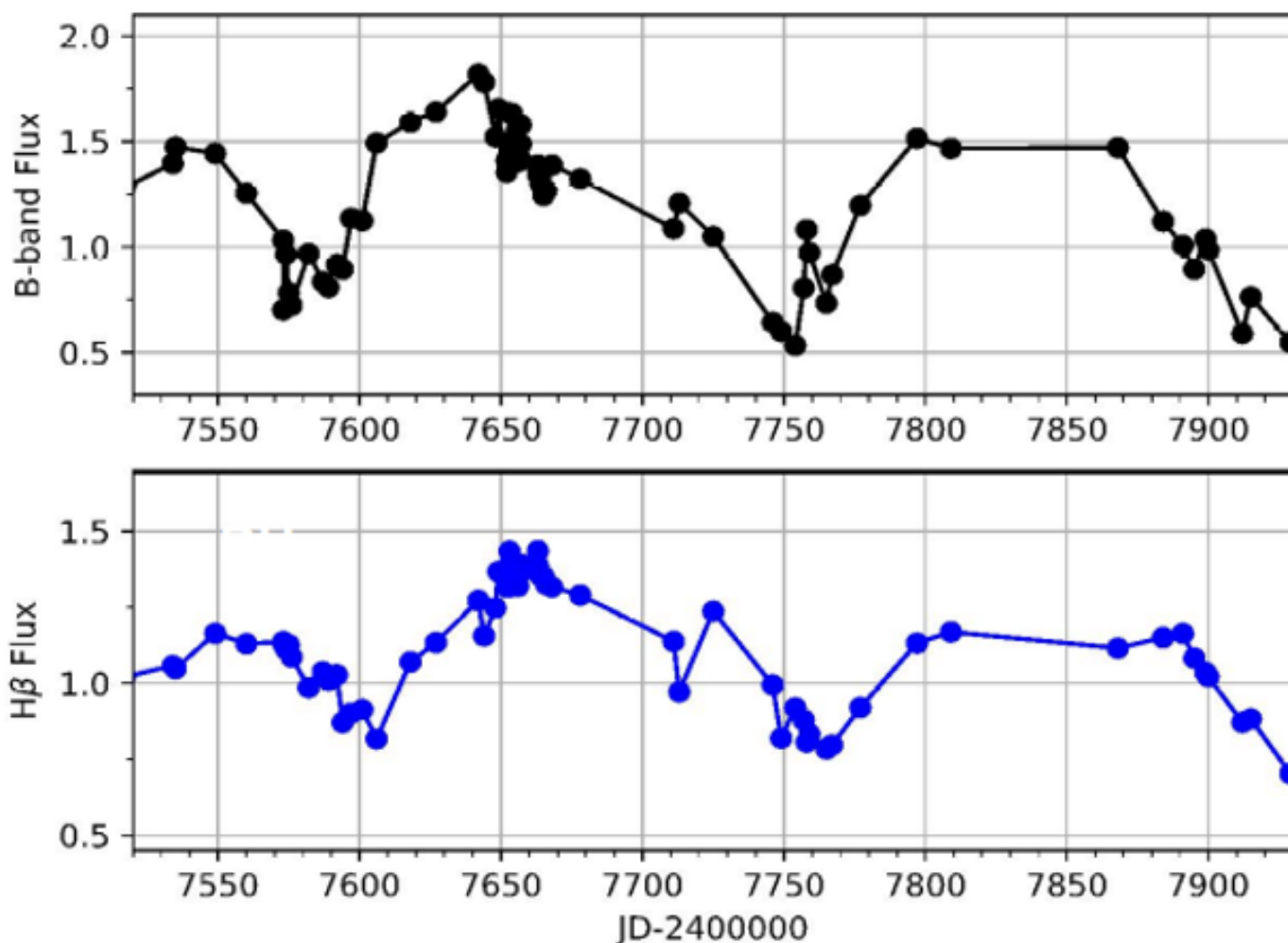


Рис. 2: По горизонтальной оси — модифицированные юлианские дни, по вертикальной — нормированный поток в полосе В (верхний график) и в полосе широкой эмиссионной линии $H\beta$

(b) Оцените R_{BLR} в парсеках.

3 Estimate R_{BLR} in parsecs (pc).

(c) Оцените угловое удаление области BLR от центральной чёрной дыры θ_{BLR} в угловых секундах, если расстояние до этой галактики — 100 Мpc.

2 Estimate the angular separation of this region θ_{BLR} (in arcsec) from the blackhole, if this AGN is 100 Mpc away from us.

Используя теорему вириала возможно оценить массу системы. Для этого необходимо знать дисперсию скоростей газов в BLR и размеры системы. Массой аккреционного диска и области BLR пренебрежём в сравнении с массой чёрной дыры. Дисперсию скоростей v_σ можно оценить исходя из ширины эмиссионной линии; соответствующую дисперсию длин волн примем равной

$$\sigma = \frac{\text{FWHM}}{2.35},$$

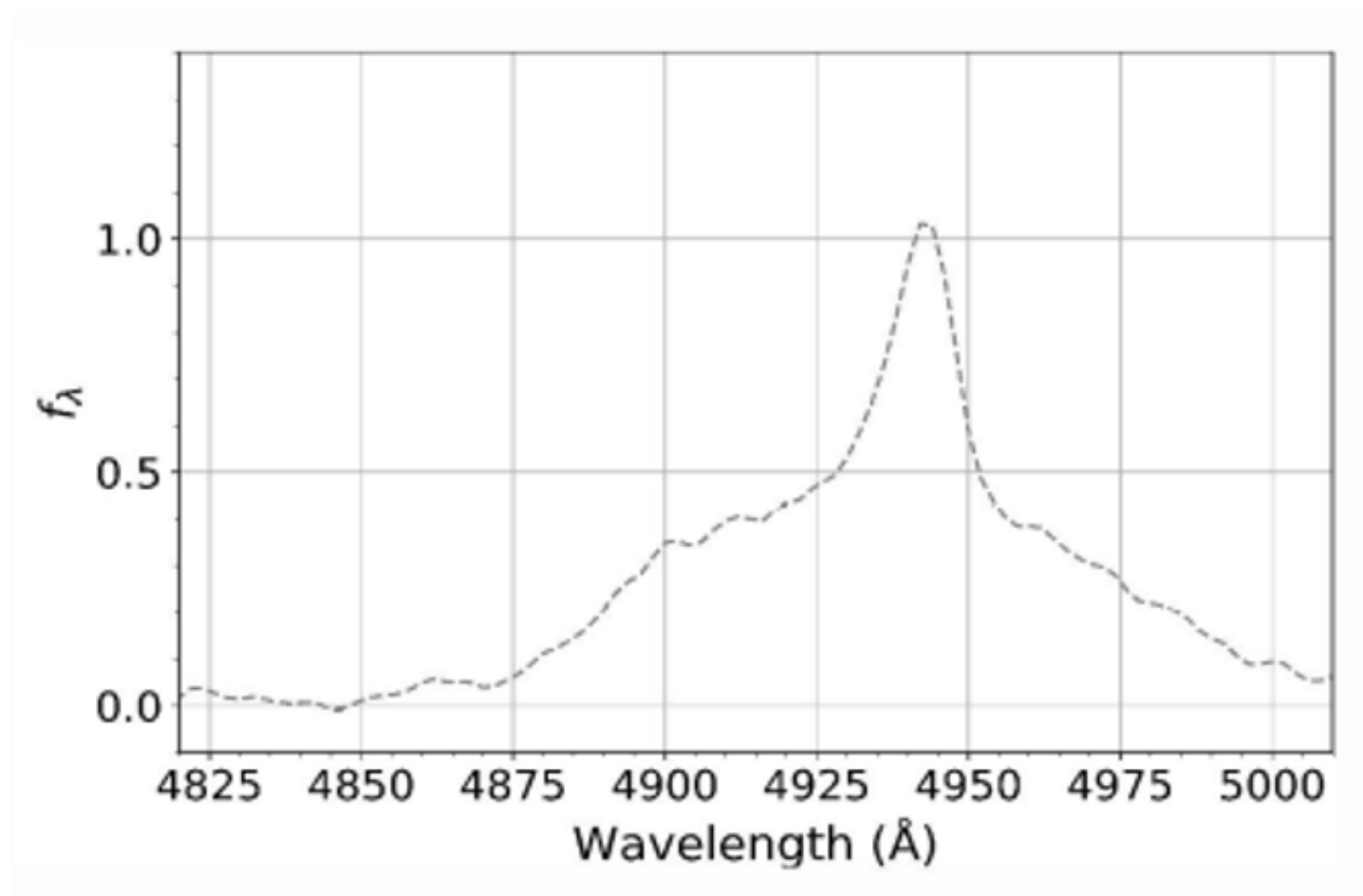
где FWHM — полная ширина линии на половине «высоты».

(d) Вычислите v_σ в km/s, используя приведённый ниже профиль спектральной линии:

It is possible to estimate the mass of the system using the Virial theorem if the velocity dispersion of the gasses in the BLR and the size of the system are known. Assume that the masses of the accretion disk and broad line region are negligible, as compared to the black hole. The velocity dispersion v_σ may be estimated from the broadening of the given emission line. We will take the corresponding wavelength dispersion to be

where FWHM is the full width at half maximum of the broad emission line.

Calculate the velocity dispersion v_σ in units of km/s, from the spectral line shown below.



(e) Определите массу центральной чёрной дыры $M_{\text{vir,BH}}$ в единицах солнечной массы $M_\odot$.

4

Calculate the mass of the central BH ($M_{\text{vir,BH}}$) in Solar masses $M_\odot$.

2. Малая планета

50 баллов

В таблице 1 приведены эклиптическая долгота λ и горизонтальный параллакс p некоторой гипотетической малой планеты, а также эклиптическая долгота Солнца $\lambda_{\odot}$ в различные моменты времени t . Будем пренебрегать наклоном орбиты этой малой планеты к плоскости эклиптики и считать орбиту Земли круговой.

Table 1 contains the ecliptic longitude (λ) and parallax (p) at different times (t) for a certain hypothetical minor planet. The baseline for the parallax is the diameter of the Earth. The time is expressed in years. For your reference, the ecliptic longitudes of the Sun ($\lambda_{\odot}$) are also given in the table for the same dates. Let us assume that the orbital inclination of this minor planet with respect to the ecliptic is negligible and so is the eccentricity of the Earth's orbit.

Таблица 1

t [год year]	λ [°]	$\lambda_{\odot}$ [°]	p ["]
2012.3	336.73	40.95	3.82
2012.6	3.44	134.83	7.24
2012.9	50.71	242.08	7.09
2013.4	94.52	64.84	2.40
2013.6	121.40	134.59	2.16
2013.9	154.31	241.82	2.75
2014.2	25.33	353.29	3.16
2014.5	148.51	99.04	1.99
2014.8	176.26	205.45	1.83
2015.0	216.33	280.19	2.03
2015.3	187.5	28.55	2.897

(a) Пересчитайте координаты малой планеты в гелиоцентрическую полярную систему координат и постройте график её траектории в полярных координатах. Полярная ось x на графике должна быть направлена в направлении исходного положения малой планеты. Начертите на графике большую ось орбиты малой планеты.

38 Calculate the coordinates of the minor planet in the heliocentric polar coordinate system and put them in a polar plot. The x-axis in the plot should be directed towards the initial position of the minor planet. Draw the major axis of the orbit of the minor planet.

При наличии «выбросов» — обнаружить, указать и исключить.

Identify erroneous observation(s), if any.

(b) Считая орбиту малой планеты эллиптической, определите:

6 Assuming the heliocentric orbit of the minor planet to be elliptical, determine:

- Большую полуось орбиты a_p в а. е.
- Эксцентриситет e
- Период P в годах

- Semi-major axis length a_p in au
- Eccentricity e
- Period P in years

(c) Оцените погрешности величин P , a_p и e .

6 Estimate the errors in the values of P , a_p , and e .

3. Сверхскоростные звёзды

55 баллов

В последние годы активно продвигаются исследования сверхскоростных звёзд (HVS). Эти звёзды, в основном на периферии Галактики, движутся достаточно быстро и могут покинуть Млечный Путь.

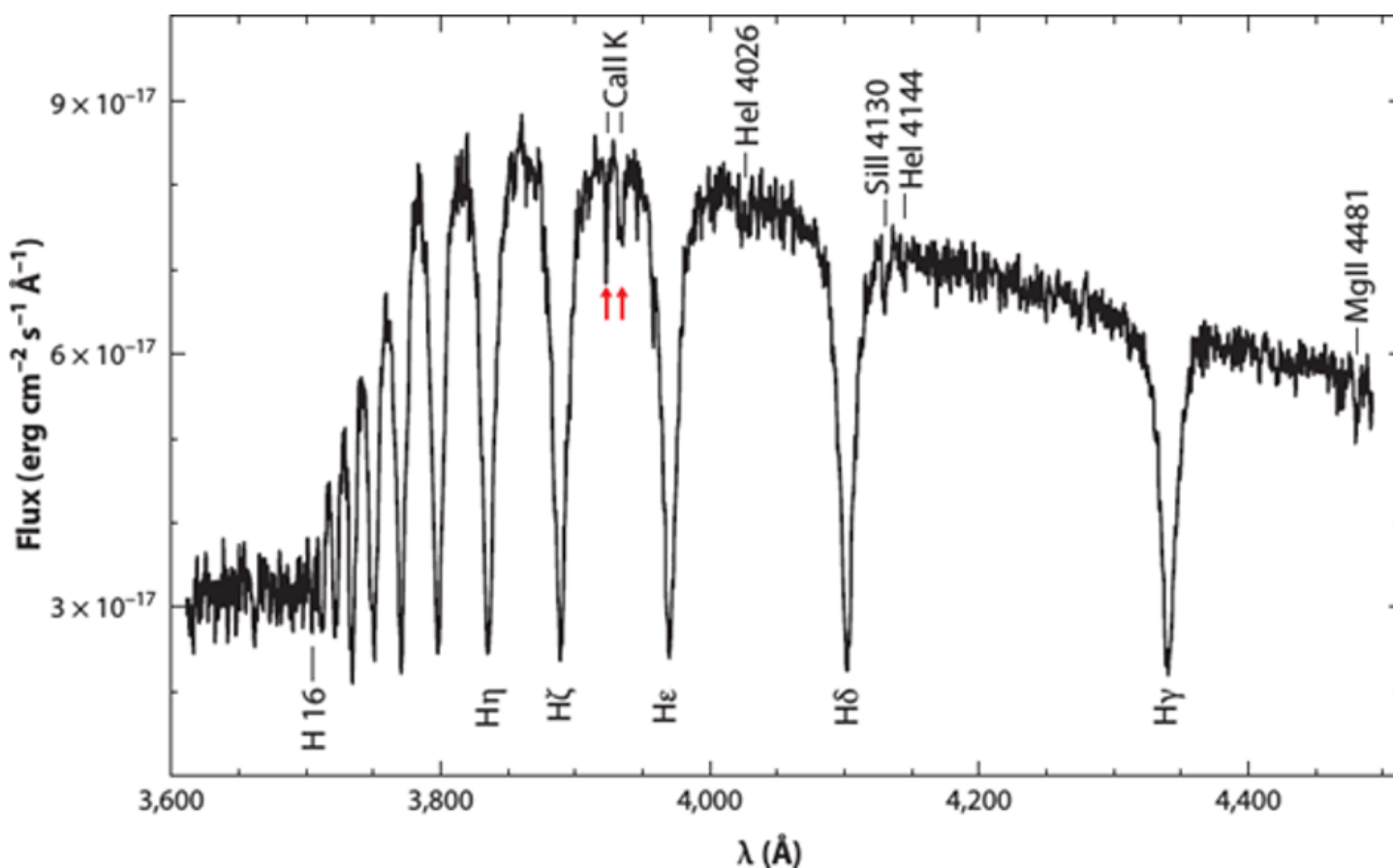
В этой задаче мы обрабатываем спектроскопические и астрометрические измерения, чтобы определить скорость звезды, назовём её HVS1, предположить её природу и судьбу.

На рис. 3 показан спектр HVS1 в сине-фиолетово-ультрафиолетовой части спектра:

In recent years, a new field of research has emerged, that of Hypervelocity Stars (HVS for short). These are stars in our Galaxy (mostly at its outskirts), which are moving with excessive velocities and may be escaping from the Milky Way.

In this question, you will use spectroscopic and astrometric measurements in order to calculate the velocity of one such star, called “HVS1”, consider its origin and whether it may escape the Galaxy.

Figure 3 shows a spectrum of HVS1 in the blue to UV part of the spectrum:



ii. Для обоих возможных классов светимости вычислите расстояние до звезды в килопарсеках, пренебрегая межзвёздным поглощением.

iii. Галактические координаты HVS1 известны: $l = 227.33537267^\circ$, $b = 31.33199386^\circ$. Оправданно ли пренебрежение межзвёздным поглощением в таком случае? (YES/NO)

iv. Миссия «Гайя» картирует Млечный Путь с 2014 года, измеряя параллаксы и собственные движения 1.5 миллиардов звёзд с точностью от 0.04 до 0.1 mas (тысячных угловой секунды). Может ли «Гайя» измерить параллакс HVS1

(A) если это звезда ГП? (YES/NO)

(B) если это субгигант? (YES/NO)

Далее используйте большее из расстояний, вычисленных в подпункте ii.

v. Положим, что галактоцентрическое расстояние Солнца — 8.0 кpc. Схематично зарисуйте относительное расположение Солнца, центра Галактики и звезды HVS1. Вычислите галактоцентрическое расстояние HVS1.

(c) А теперь найдём скорость HVS1.

i. На спектре (рис. 3) видны две линии поглощения Ca II. Одна возникла в атмосфере звезды, другая — в межзвёздной среде. Сдвиг обусловлен движением звезды по отношению к межзвёздной среде. Измерьте доплеровский сдвиг и вычислите лучевую скорость HVS1 по отношению к Солнцу.

ii. Для пересчёта в галактоцентрическую скорость необходимо учесть скорость движения Солнца, обусловленную вращением Галактики, и воспользоваться следующим выражением, связывающим гелиоцентрическую лучевую скорость $v_{r\text{HC}}$ с лучевой скоростью в системе покоя Галактики v_{rf} :

$$v_{\text{rf}} = v_{r\text{HC}} + 11.1 \cos l \cos b + 247.24 \sin l \cos b + 7.25 \sin b,$$

где скорости указываются в km s^{-1} . Найдите v_{rf} звезды HVS1.

iii. Собственное движение HVS1

$$(\mu_\alpha, \mu_\delta) = (+0.08 \pm 0.26, -0.12 \pm 0.22) \text{ mas/yr.}$$

Вычислите тангенциальную скорость HVS1 (в km/s). Склонением HVS1 можно пренебречь в силу её близости к небесному экватору.

iv. Вычислите скорость v_T звезды по отношению к центру Галактики (в km/s) и угол, который её направление составляет с направлением на центр Галактики (в градусах).

For both these possible luminosity classes, calculate the star's distance from the Sun, ignoring interstellar absorption.

The galactic coordinates of HVS1 are $l = 227.33537267^\circ$, $b = 31.33199386^\circ$. Is the assumption of ignoring interstellar absorption justified? (YES/NO)

The Gaia mission of the European Space Agency has been mapping the Milky Way since 2014, measuring the parallax and proper motion of 1.5 billion stars to an accuracy between 0.04 and 0.1 milliarcseconds (mas). Could Gaia have measured the parallax of HVS1,

(A) if it is a MS star? (YES/NO)

(B) if it is a subgiant? (YES/NO)

For the rest of this question, adopt the larger of the distances you have calculated above.

Assume that the distance of the Sun from the GC is 8.0 kpc. Make a rough sketch of the relative positions of HVS1, the Sun and the Galactic center (GC). Use it to calculate the distance (r) of HVS1 from the GC.

17 Here, you will calculate the velocity of HVS1.

The spectrum in the figure 3 shows two absorption lines due to Ca II. One is caused by the atmosphere of the star and the other is due to the interstellar medium. The shift of this line is due to the motion of the star with respect to the interstellar medium. Measure this Doppler shift and calculate the radial velocity of HVS1 with respect to the Sun.

We are interested in the velocity with respect to the Galactic center. For this, we first need to take into account the velocity of the Sun due to the rotation of the Galaxy. The following equation transforms the velocity of a star of heliocentric radial velocity $v_{r\text{HC}}$ to the one in the galactic rest frame (rf), v_{rf} :

where the speeds are measured in km s^{-1} . Find v_{rf} for HVS1.

HVS1's proper motion (milliarcseconds/year) has been measured as:

Calculate the tangential velocity component (in km/s) of HVS1. (You may ignore the correction for declination as the star is near the celestial equator).

Calculate the velocity v_T of the star with respect to the Galactic center magnitude in km/s and angle with respect to the direction of the Galactic center in degrees.

v. Полагая, что звезда образовалась в диске Галактики, используйте расчёт скорости для оценки места рождения HVS1:

- неподалёку от Центра галактики
- с периферии

(d) Из энергетических соображений...

i. Выразите скорость убегания v_{esc} через расстояние до центра Галактики и массу, заключённую в пределах сферы соответствующего радиуса.

ii. Вычислите массу Галактики (в массах Солнца) в пределах сферы с радиусом, равным галактоцентрическому расстоянию HVS1:

$$M(r) = 4\pi\rho_0 r_c^2 \left[r - r_c \arctan \frac{r}{r_c} \right],$$

где $r_c \approx 8$ pc, $\rho_0 = 1.396 \times 10^4 M_\odot \text{pc}^{-3}$.

iii. Вычислите скорость убегания на галактоцентрическом расстоянии звезды HVS1.

iv. Покидает ли HVS1 Галактику? (YES/NO)

(e) Сколько лет потребовалось HVS1 для достижения текущего местоположения?

(f) На основании данных о спектральном классе и классе светимости звезды оцените возраст HVS1. Сравнивая его с полученной ранее оценкой продолжительности движения, выберите верное утверждение о происхождении этой звезды:

- Звезда была выброшена во время образования или сразу после него.
- Звезда была выброшена посередине времени пребывания на ГП.
- Звезда была выброшена незадолго до конца своего пребывания на ГП.

(g) Астрономы, занимающиеся поисками HVS, начинают с выборки звёзд в гало Галактики, подобных HVS1 по спектральному классу. Объясните, почему:

- Звёзды этого спектрального класса молоды и потому принадлежат естественному населению гало.
- Звёзды этого спектрального класса стары и потому принадлежат естественному населению гало.
- Звёзды этого спектрального класса молоды и потому НЕ принадлежат естественному населению гало.
- Звёзды этого спектрального класса стары и потому НЕ принадлежат естественному населению гало.

Assuming this star was born in the Galactic disc, use your calculation of the velocity to estimate where in the Galactic disc it is more likely to have come from:

- near to the Galactic center
- further out in the Galactic disc

6 From the energy considerations,

Obtain an expression for the escape speed v_{esc} as a function of the distance from the Galactic center and the enclosed mass.

Calculate the mass of the galaxy (in solar masses) within the radius of the distance of HVS1

where $r_c \approx 8$ pc is a constant of the equation and $\rho_0 = 1.396 \times 10^4 M_\odot \text{pc}^{-3}$.

Calculate the magnitude of the escape velocity at the distance of HVS1.

Is this a runaway star? (YES/NO)

2 How long has it taken for HVS1 to reach this position? Write answer in years.

3 On the basis of the spectral type and the luminosity class of this star, estimate the age of HVS1. Compare this with your result in the previous part. Which one of the following statements about the origin of the star is true:

- The star was ejected when or shortly after it was formed.
- The star was ejected mid-way through its time on the Main Sequence.
- The star was ejected towards the end of its time on the Main Sequence.

2 Astronomers looking for HVS-s start by finding a sample of stars in the Galactic halo which are of a spectral type similar to that of HVS1. Explain why by choosing which one of the following statements is true:

- Stars of this spectral type are young and so belong to the native population of the halo.
- Stars of this spectral type are old and so belong to the native population of the halo.
- Stars of this spectral type are young and so do not belong to the native population of the halo.
- Stars of this spectral type are old and so do not belong to the native population of the halo.

Приложение 1:

Спектральная классификация звёзд, классы светимости и абсолютные звёздные величины

Classification and absolute magnitude of stars (M_v)

Sp	Supergiants		Bright giants II	Giants III	Sub- giants IV	Main sequence dwarfs V	ZAMS ^(a) V	White dwarfs VII	Population II		
	Ia	Ib							Sub- dwarfs VI	Red branch	Horiz. branch
O5	-6.4			-5.4		-5.7					
B0	-6.7	-6.1	-5.4	-5.0	-4.7	-4.1	-3.3	+10.2			
B5	-6.9	-5.7	-4.3	-2.4	-1.8	-1.1	-0.2	+10.7			+2.3
A0	-7.1	-5.3	-3.1	-0.2	+0.1	+0.7	+1.5	+11.3			+0.8
A5	-7.7	-4.9	-2.6	+0.5	+1.4	+2.0	+2.4	+12.2			+0.5
F0	-8.2	-4.7	-2.3	+1.2	+2.0	+2.6	+3.1	+12.9			+0.4
F5	-7.7	-4.7	-2.2	+1.4	+2.3	+3.4	+3.9	+13.6	+4.8	+4.8	+0.4
G0	-7.5	-4.7	-2.1	+1.1	+2.9	+4.4	+4.6	+14.3	+5.7	+4.1	+0.3
G5	-7.5	-4.7	-2.1	+0.7	+3.1	+5.1	+5.2	+14.9	+6.4	+2.0	-0.1
K0	-7.5	-4.6	-2.1	+0.5	+3.2	+5.9	+6.0	+15.3	+7.3	-0.2	-0.6
K5	-7.5	-4.6	-2.2	-0.2		+7.3	+7.3	+15	+8.4	-2.2	-2.2
M0	-7.5	-4.6	-2.3	-0.4		+9.0	+9.0	+15	+10	-3	-3
M2	-7		-2.4	-0.6		+10.0	+10.0		+12		
M5				-0.8		+11.8	+11.8		+14		
M8						+16			+16		

Приложение 2:

Спектральные линии

Species and ionization	Identification	Wavelength/nm	Species and ionization	Identification	Wavelength/nm
Ca II	K	393.4	TiO		545–570
Ca II	H	396.8	Na I	D doublet	589.0, 589.6
H I	Balmer H ϵ	397.0	TiO		590–610
Fe I		404.6	CH ₄	methane band	619
H I	Balmer H δ	410.1	TiO		620–640
Ca I	g	422.7	H I	Balmer H α	656.3
CH	G	430–432.5	TiO		665–700
H I	Balmer H γ	434.0	O ₂	B (telluric band)	686.7
He II		454.2	H ₂ O	a (telluric band)	716.0
TiO		475–490	CH ₄	methane band	725
H I	Balmer H β	486.1	H ₂ O	(telluric band)	732–738
TiO		495–510	O ₂	A (telluric band)	759.4
[O III]	oxygen	495.9	H ₂ O	Z (telluric band)	790–840
[O III]	oxygen	500.7	CH ₄	methane band	798
TiO		515–540	CH ₄	methane band	887–911

Рис. 4: Спектральные линии, полезные в деле спектральной классификации спектров низкого разрешения
Spectral lines useful in the spectral characterization of low resolution stellar spectra of different stars

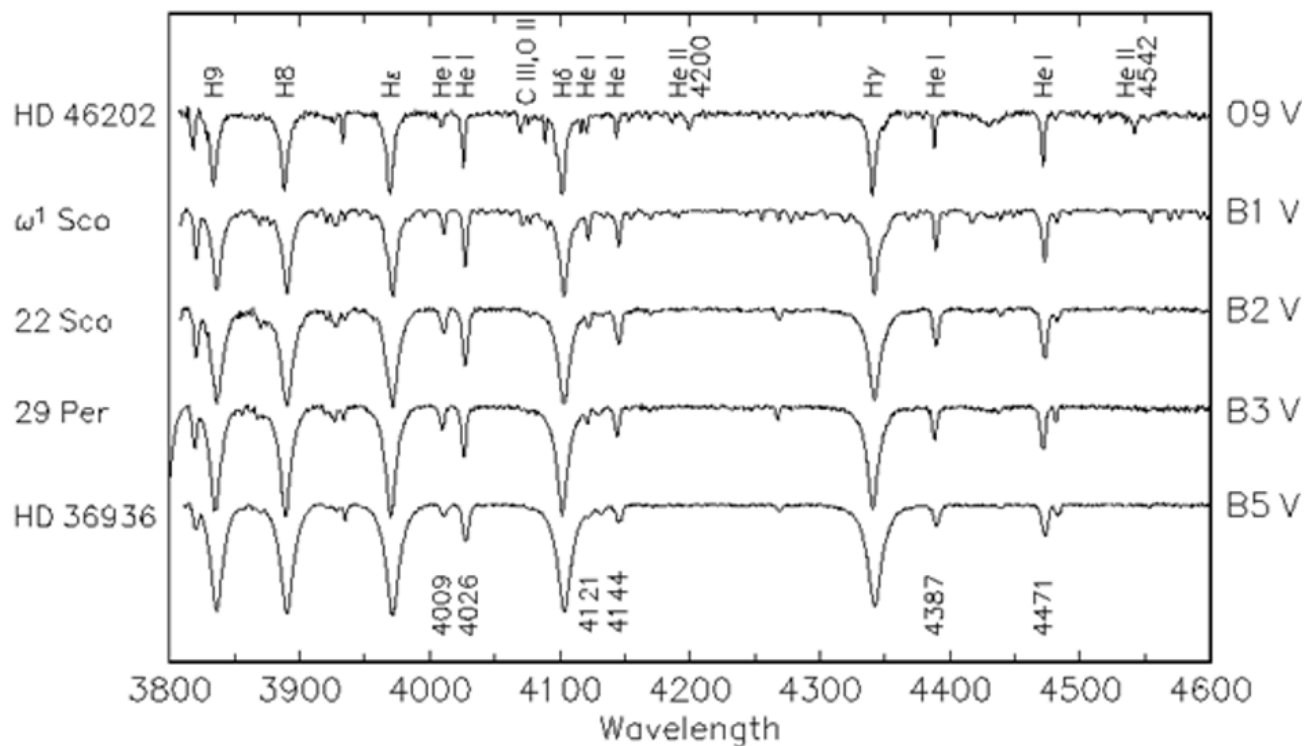
Приложение 3:

Спектры поглощения, характерные для звёзд различных спектральных классов

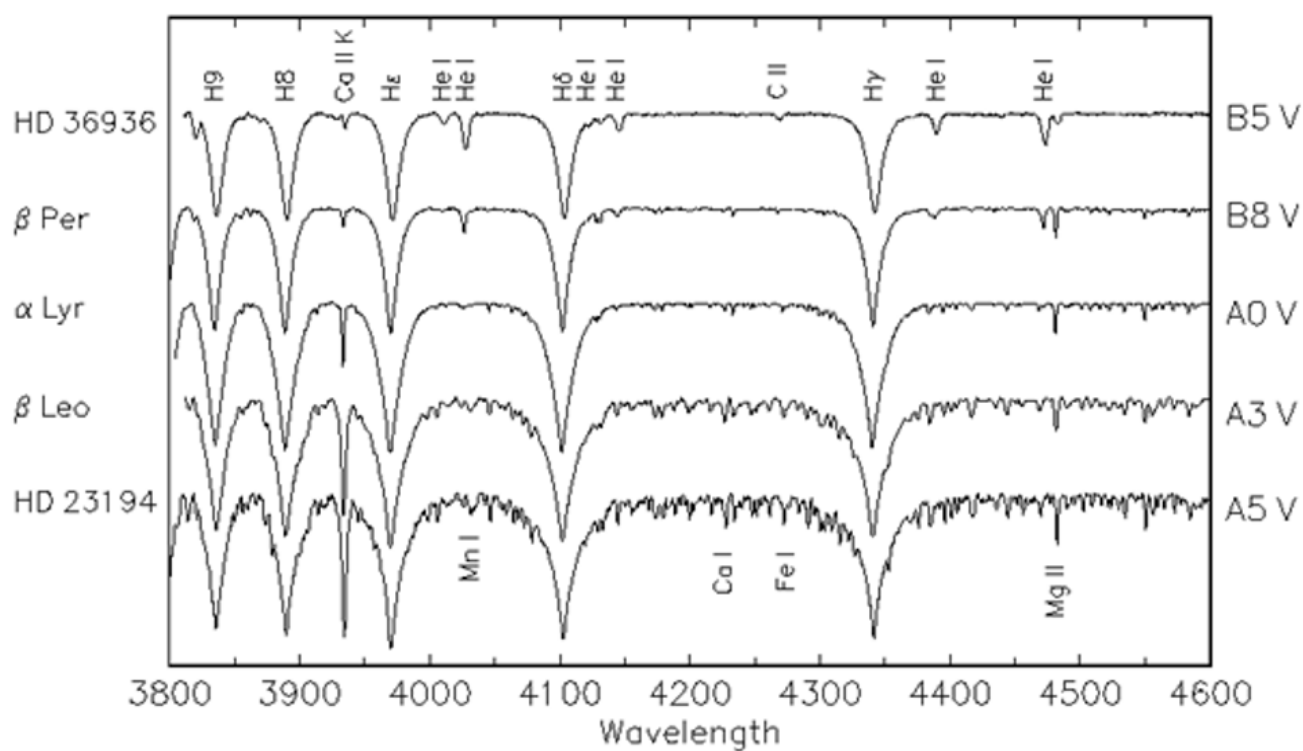
Спектры звёзд Главной последовательности различных спектральных классов (синий конец спектра, где много линий атмосферного поглощения). Кривые приведены по отношению к соответствующим планковским спектрам, чтобы линии было проще различить. Последний график показывает, как спектр зависит от класса светимости звезды (при равных спектральных классах).

Spectra of main sequence stars of different spectral classes, at the blue end of the spectrum (where there are many absorption lines due to atomic transitions). The spectra have been divided by the respective continuum so that the lines are more easily discernible. The first five panels correspond to MS stars. The sixth panel shows how the lines change for different luminosity classes for the same spectral type.

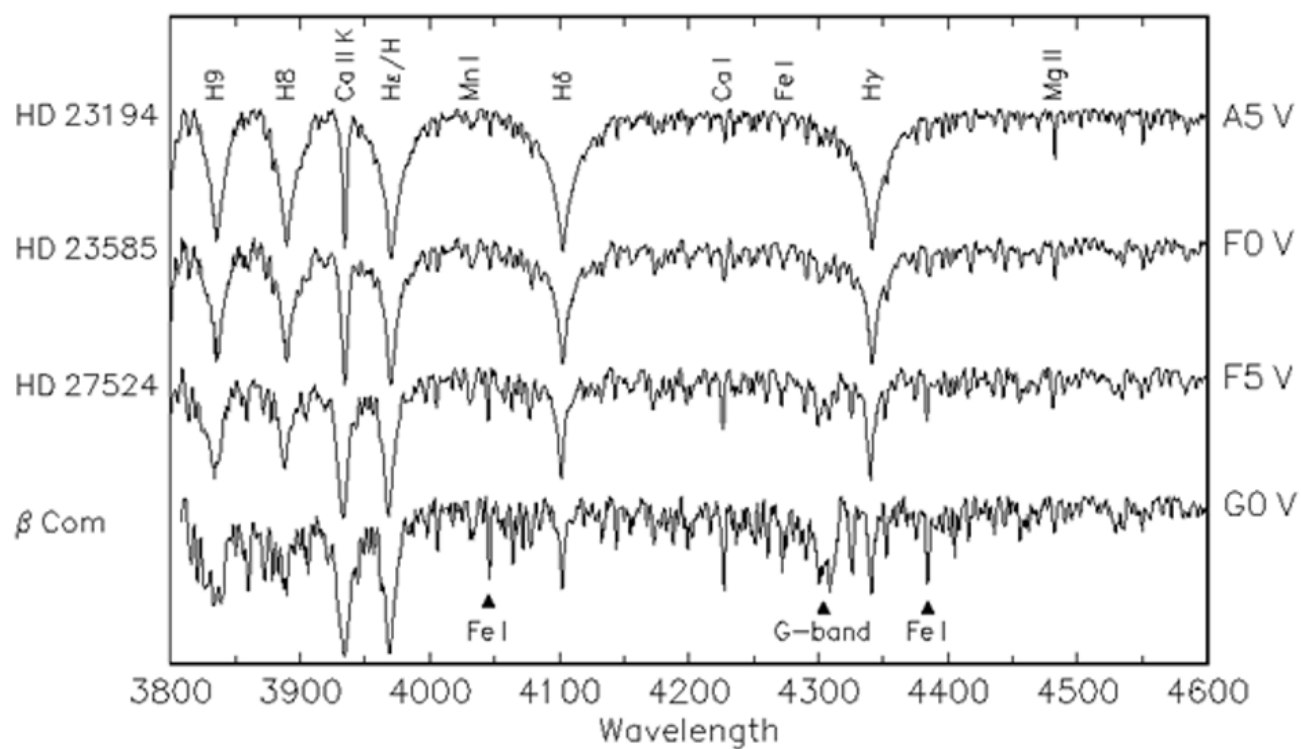
Main Sequence O9 – B5



Main Sequence B5 – A5



Main Sequence A5 – G0



Main Sequence G0 – K5

