



**XXXIII Санкт-Петербургская
Астрономическая олимпиада**
отборочный тур, решения

2026
до 20
января

11 класс

1. Звезда находится на расстоянии 18 пк от Солнца и имеет видимую звездную величину $+11^m$ при температуре 3100 К. Чему равен радиус звезды в радиусах Солнца?

Решение:

Радиус звезды мы можем определить из светимости и температуры, пользуясь законом Стефана–Больцмана. Светимость найдем из абсолютной звездной величины, рассчитанной на основе видимой звездной величины и расстояния (учет межзвездного поглощения на таких расстояниях явно не нужен):

$$M = m + 5 - 5 \lg r = 11 + 5 - 5 \lg 18 = 9.7.$$

Сопоставим звезду и Солнце по формуле Погсона, отношение светимостей свяжем с разностью абсолютных звездных величин:

$$M - M_{\odot} = -2.5 \lg \frac{L}{L_{\odot}} \quad \Rightarrow \quad L = 10^{0.4(M_{\odot} - M)} \cdot L_{\odot} = 10^{0.4(4.7 - 9.7)} \cdot L_{\odot} = 0.01 L_{\odot}.$$

Далее запишем отношение светимости звезды и Солнца:

$$\frac{L}{L_{\odot}} = \frac{4\pi R^2 \sigma T^4}{4\pi R_{\odot}^2 \sigma T_{\odot}^4} = \left(\frac{R}{R_{\odot}} \right)^2 \left(\frac{T}{T_{\odot}} \right)^4.$$
$$\frac{R}{R_{\odot}} = \sqrt{\frac{L}{L_{\odot}}} \cdot \left(\frac{T_{\odot}}{T} \right)^2 = \sqrt{0.01} \cdot \left(\frac{5800}{3100} \right)^2 = 0.35.$$

А.В.Веселова

2. За 50 лет звезда сдвинулась на земном небе на $4''$ относительно далеких галактик. Современное расстояние до звезды равно 10 парсекам. Выберите верные утверждения о звезде.
- (a) Собственное движение звезды составляет $0''.08/\text{год}$.
 - (b) Лучевая скорость звезды может составлять 23 км/с.
 - (c) Полная скорость звезды относительно Солнца может быть равна 2 км/с.
 - (d) Спустя год от текущего момента расстояние от Солнца до звезды может стать равным 10.8 пк.
 - (e) За ближайшие 10000 лет звезда может преодолеть более $1/10$ своей орбиты относительно центра Галактики.
 - (f) Если лучевая скорость звезды -15 км/с, то расстояние до звезды от Солнца будет уменьшаться.

Решение:

- (а) Да. На малых временных масштабах движение звезд относительно Солнца можно считать равномерным и прямолинейным. 50 лет — совсем немного по галактическим меркам. Собственное движение — это угловое смещение объекта за год, оно составляет $4''/50 = 0''.08/\text{год}$.
- (b) Да. Относительные скорости звезд в окрестности Солнца могут составлять несколько десятков км/с, поэтому указанное в условии значение лучевой скорости вполне допустимо и ничему в условии не противоречит.
- (с) Нет. Скорость относительного движения можно разложить на две компоненты: лучевую и тангенциальную скорости. Вторую мы можем оценить, зная собственное движение звезды μ и расстояние до нее r :

$$V_{\tau} \text{ км/с} = 4.74 \mu r = 4.74 \cdot 0''.08/\text{год} \cdot 10 \text{ пк} = 3.8 \text{ км/с}.$$

Однако полная скорость не может быть меньше тангенциальной.

- (d) Нет. Расстояние должно увеличиться за год на 0.8 парсека, то есть на $0.8 \cdot 3.26 = 2.6$ светового года. Но это означает, что звезда должна была бы двигаться в среднем в 2.6 раза быстрее скорости света, что невозможно.
- (е) Нет. Поскольку в условии говорится об орбите, то подразумевается, что звезда принадлежит нашей Галактике. Характерный период обращения вокруг центра Галактики звезд в окрестности Солнца составляет более 100 миллионов лет, в условии же период обращения оказывается меньшим 100 тысяч лет.
- (f) Да. По определению лучевой скорости ее отрицательное значение означает, что объект приближается к наблюдателю. Следовательно, расстояние от звезды до Солнца уменьшается.

А.В.Веселова

3. На нейтронную звезду падает вещество с темпом $1.5 \cdot 10^{-10} \mathcal{M}_{\odot}/\text{год}$. Какую светимость будет иметь такая нейтронная звезда, если при аккреции на нейтронную звезду выделяется 10% энергии покоя падающего вещества? Выразите ответ в светимостях Солнца.

Решение:

Обозначим темп аккреции как $\dot{\mathcal{M}}$ и выразим отношение искомой светимости и светимости Солнца, подставив данные в единицах СИ и учитывая, что в году примерно $3 \cdot 10^7$ секунд:

$$\frac{L}{L_{\odot}} = \frac{0.1 \dot{\mathcal{M}} c^2}{L_{\odot}} = \frac{0.1 \cdot 1.5 \cdot 10^{-10} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 \cdot 2 \cdot 10^{30}}{3 \cdot 10^7 \cdot 4 \cdot 10^{26}} \approx 2.2 \cdot 10^2.$$

М.В.Костина

4. Некоторая звезда обладает массой $1.8 \mathcal{M}_{\odot}$ при радиусе $1.7 R_{\odot}$. Луч зрения наклонен к плоскости экватора этой звезды под углом 60° . Выберите верные утверждения.

- (а) Наблюдаемая скорость вращения звезды на экваторе вдвое меньше ее истинной скорости вращения.
- (b) Светимость звезды выше солнечной по крайней мере вдвое.
- (с) Если данная звезда вышла на Главную последовательность одновременно с Солнцем, то время ее жизни на ГП будет больше, чем у Солнца.
- (d) Ускорение свободного падения в фотосфере данной звезды в 10 раз больше ускорения свободного падения на поверхности Земли.

- (е) Средняя плотность звезды составляет около 80% средней плотности Солнца.
- (ф) Для наблюдателя, находящегося в плоскости экватора звезды и приближающегося к ее центру со скоростью 500 км/с, линия H_α в спектре звезды будет иметь центр на длине волны, равной примерно 6552 Å.

Решение:

- (а) Да. Поскольку луч зрения наклонен к плоскости экватора, то на луч зрения проецируется не вся скорость, а только ее компонента, пропорциональная косинусу угла наклона. Но $\cos 60^\circ = 0.5$, так что наблюдаемая скорость действительно вдвое меньше реальной.
- (б) Да. Судя по массе и радиусу звезды, это звезда Главной последовательности, а в этом случае для звезд с околосолнечной массой светимость пропорциональна этой массе примерно в 4 степени (в разных источниках оценка показателя степени может различаться, но в любом случае она не меньше 3). Тогда светимость звезды по крайней мере в $1.8^3 = 5.8$ раза превышает солнечную.
- (с) Нет. Чем выше масса звезды на Главной последовательности, тем быстрее в ее недрах протекают термоядерные реакции и тем быстрее звезда эволюционирует. Поэтому более массивные звезды живут на Главной последовательности меньше.
- (d) Нет. Ускорение свободного падения в фотосфере звезды можно оценить как

$$g = \frac{GM}{R^2} = \frac{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 1.8 \cdot 2 \cdot 10^{30}}{(1.7 \cdot 7 \cdot 10^8)^2} \approx 170 \text{ м/с}^2,$$

что превышает ускорение свободного падения на поверхности Земли в 17 раз.

- (е) Нет. Сопоставим средние плотности звезды и Солнца, выразив среднюю плотность как отношение массы к объему:

$$\frac{\rho}{\rho_\odot} = \frac{\frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3}}{\frac{M_\odot}{\frac{4}{3}\pi R_\odot^3}} = \frac{1.8}{1.7^3} = 0.37.$$

- (ф) Да. Вследствие эффекта Доплера наблюдаемая длина волны будет отличаться от лабораторной, причем в меньшую сторону, поскольку наблюдатель и звезда сближаются. Изменение длины волны составит

$$\Delta\lambda = \lambda_0 \cdot \frac{v}{c} = 6563 \text{ Å} \cdot \frac{5 \cdot 10^2}{3 \cdot 10^5} = 11 \text{ Å}.$$

Тогда наблюдаемая длина волны составит $6563 - 11 = 6552 \text{ Å}$.

А.В.Веселова

5. Вам предлагается несколько утверждений. Для каждого из них выберите, согласны Вы с ним («да») или нет («нет»), можно также выбрать вариант «не знаю».

- (а) Цефеиды могут принадлежать к тому же спектральному классу, что и Солнце.
- (б) Цефеиды могут принадлежать к тому же классу светимости, что и Солнце.
- (с) Если верхняя кульминация звезды происходит между Северным полюсом мира и зенитом, то такая звезда является незаходящей.
- (d) Чаще всего незаходящими являются звезды, близкие к небесному экватору.
- (е) В конце своей эволюции Солнце станет черной дырой.
- (ф) Если бы мы находились на планете в центре планетарной туманности, то там было бы гораздо светлее, чем днем на Земле.

- (g) Годовые изменения видимого положения звезд на небесной сфере в первую очередь обусловлены абберацией света.
- (h) Если Солнце заменить на черную дыру такой же массы, то орбиты планет не изменятся.

Решение:

- (a) Да. Классические цефеиды — желтые гиганты и сверхгиганты, их спектральный класс может быть таким же, как у Солнца (по крайней мере в какие-то моменты времени, поскольку следствием пульсаций является и периодическое изменение спектрального класса со временем).
- (b) Нет. Цефеиды — гиганты и сверхгиганты, а Солнце — звезда Главной последовательности.
- (c) Нет. Наиболее очевидный контрпример — произвольная звезда со склонением $\delta > 0$, наблюдаемая на экваторе. Ее верхняя кульминация будет происходить между Северным полюсом мира и зенитом (поскольку через зенит в таких условиях проходит небесный экватор), однако суточная параллель этой звезды, как и любой другой на земном экваторе, будет пересекать горизонт.
- (d) Нет. Наоборот, незаходящими являются звезды, близкие к полюсу мира: его высота над горизонтом в течение суток не меняется, а у околополярных звезд она изменяется сравнительно слабо.
- (e) Нет. У Солнца для этого слишком мала масса, результатом его эволюции будет всего лишь белый карлик.
- (f) Нет. Сделаем простую оценку, воспользовавшись для этого одной из самых ярких и одновременно маленьких по угловым размерам туманностей — туманностью Кошачий Глаз, $m = +10^m$, угловой диаметр $20''$.

Известно, что поверхностная яркость удаленного объекта не зависит от расстояния: создаваемая им освещенность обратно пропорциональна квадрату расстояния до него, но и его угловая площадь на небе также обратно пропорциональна квадрату расстояния до него. Поэтому для оценки можно посчитать видимую звездную величину, которую имела бы планетарная туманность, заполняющая все небо, считая, что ее поверхностная яркость остается постоянной.

В одном квадратном градусе 3600 квадратных угловых минут, и для оценки можно считать, что в один квадратный градус поместится примерно $4 \cdot 10^4$ таких туманностей. Поскольку вся сфера — это также около $4 \cdot 10^4$ квадратных градусов, получаем, что суммарная освещенность, создаваемая таким «небом из туманностей», была бы в $16 \cdot 10^8$ раз больше освещенности, создаваемой одной туманностью.

Для вычислений можно воспользоваться формулой Погсона, но нам хватит и простой прикидки, которую можно выполнить буквально в уме. Каждые два порядка в отношении освещенностей соответствуют разнице на 5^m , поэтому отношение 10^8 — это разность на 20^m . Коэффициент 10 обеспечивает разницу в еще $2^m.5$ и, наконец, оставшийся множитель 1.6, очень похожий на квадратный корень из 2.512, даст нам еще $0^m.5$. Таким образом, итоговая звездная величина «неба из туманностей» должна оказаться равной $10 - 20 - 2.5 - 0.5 = -13^m$. Это похоже на видимую звездную величину полной Луны, но, очевидно, получившийся «объект» намного тусклее, чем Солнце. И, поскольку мы взяли яркую и компактную туманность (т.е. с максимальной поверхностной яркостью), для большинства планетарных туманностей результат окажется еще тусклее.

- (g) Да. Максимальное известное собственное движение звезды (конкретно звезды Барнарда) составляет $10''/\text{год}$, годовые параллаксы любых звезд всегда меньше $1''$, а вот большая полуось абберационного эллипса, возникающего при годичной абберации, превышает $20''$, именно этот эффект и оказывается наиболее существенным.

- (h) Да. Более-менее заметные отклонения гравитационного взаимодействия от закона всемирного тяготения можно наблюдать на расстояниях, максимум на порядок превышающих величину гравитационного радиуса черной дыры. Для Солнца гравитационный радиус равен примерно 3 км, большие полуоси орбит планет на много порядков больше, поэтому изменений в орбитах планет при такой замене практически не произойдет.

М.И.Волобуева, П.А.Тараканов