

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
НАЦИОНАЛНА КОМИСИЯ ЗА ОРГАНИЗИРАНЕ НА ОЛИМПИАДАТА ПО АСТРОНОМИЯ
XXVIII НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО АСТРОНОМИЯ

Подборен кръг, 12 юли 2025 г., Варна, теоретичен тур
Старша възраст – Решения

Задача 1. Планетата на гръмотевиците. Около Огнената звезда е открита екзопланета – газов гигант, чиято атмосфера е наситена с огромни вихри и мощни електрически разряди. Планетата се движи по кръгова орбита около звездата и се върти в същата посока около оста си, която е перпендикулярна на равнината на нейната орбита. Смелите космически пилоти Искрен Нинов и Николай Иванов работят на две орбитални станции, обикалящи около планетата. Искрен има за задача да изследва развитието на Големия зелен вихър в атмосферата на планетата. Неговата станция се движи по кръгова екваториална орбита, така че винаги остава точно над вихъра. Радиусът на орбитата на станцията около планетата е 4096 пъти по-малък от радиуса на орбитата на планетата около звездата. Масата на планетата е 1024 пъти по-малка от масата на звездата.

- **А)** Периодът на околоосно въртене на планетата е равен на P . Колко слънчеви денонощия продължава годината за тази планета? **[5 т.]**

Николай има за задача да изследва електрическите мълнии на планетата отблизо. Неговата станция се движи по елиптична орбита с период $\frac{77}{12}P$ също в екваториалната равнина на планетата по посока на нейното околоосно въртене. Перицентралното разстояние на станцията е 1.1667 пъти по-голямо от радиуса на планетата R . Всеки път точно в момента на преминаване през перицентъра камерите на станцията много бързо сканират цялата достъпна за наблюдение част от условната „повърхност“ на планетата и бордовият компютър синтезира едно съставно изображение.

- **Б)** Какъв е минималният брой орбитални обиколки, които станцията трябва да направи, за да се получат изображения на цялата екваториална зона на планетата? **[5 т.]**
- **В)** Мълниите в атмосферата на планетата се виждат най-добре нощем. Оценете в какъв процент от случаите, когато станцията на Николай се намира в перицентъра на орбитата си, цялата видима от нея област от планетата ще бъде съвсем тъмна – няма да бъде огрята от светлината на звездата. Считайте звездата за точков източник на светлина. Сутрин и вечер полумракът на екватора на планетата е с продължителност около $\frac{1}{30}P$. **[5 т.]**

Решение.

А) Означаваме масите на планетата и звездата съответно с M_p и M . Радиусите на орбитата на станцията на Искрен около планетата и на планетата около звездата означаваме с r_1 и r . По условие

$$\frac{M}{M_p} = 1024, \quad \frac{r}{r_1} = 4096.$$

Станцията на Искрен при движението си около планетата остава винаги над Големия зелен вихър. Следователно нейният орбитален период е равен на периода на околоосно въртене на планетата P . Нека T е орбиталният период на планетата около звездата. Съгласно III закон на Кеплер:

$$\frac{r^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2}, \quad \frac{r_1^3}{P^2} = \frac{GM_p}{4\pi^2}$$

Разделяме почленно последните две равенства и получаваме

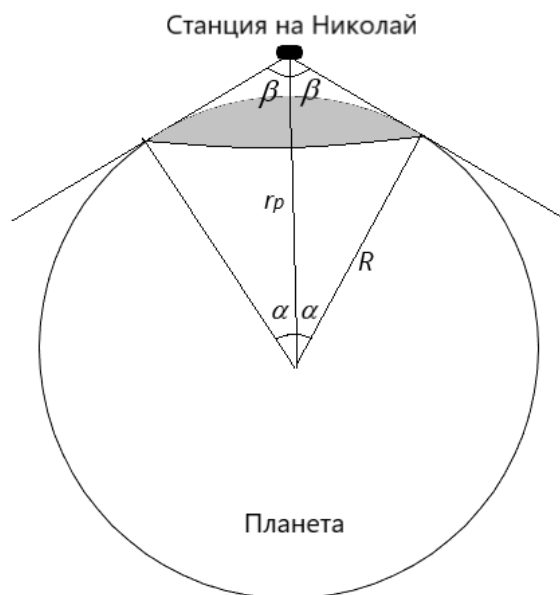
$$\frac{(r/r_1)^3}{(T/P)^2} = \frac{M}{M_p},$$

$$\frac{T}{P} = \sqrt{\frac{(r/r_1)^3}{M/M_p}} = \sqrt{\frac{4096^3}{1024}} = 2^{13},$$

$$T = 8192P.$$

Тъй като P е периодът на околоосно въртене на планетата, то той се равнява на звездното денонощие за нея. Планетата се върти около оста си в същата посока, в която обикаля около звездата. В такъв случай броят на звездните денонощия в една година за нея ще бъде 8192, а броят на слънчевите денонощия ще бъде $8192 - 1 = 8191$.

Б) Станцията на Николай има орбитален период $\frac{77}{12}P = 6\frac{5}{12}P$. Следователно за един орбитален период на тази станция планетата ще направи 6 пълни завъртания около себе си, след което ще се завърти още на ъгъл $\theta = 360^\circ \cdot \frac{5}{12} = 150^\circ$. Означаваме с r_p перицентралното разстояние на станцията.



Фигура А1. Видима част от планетата.

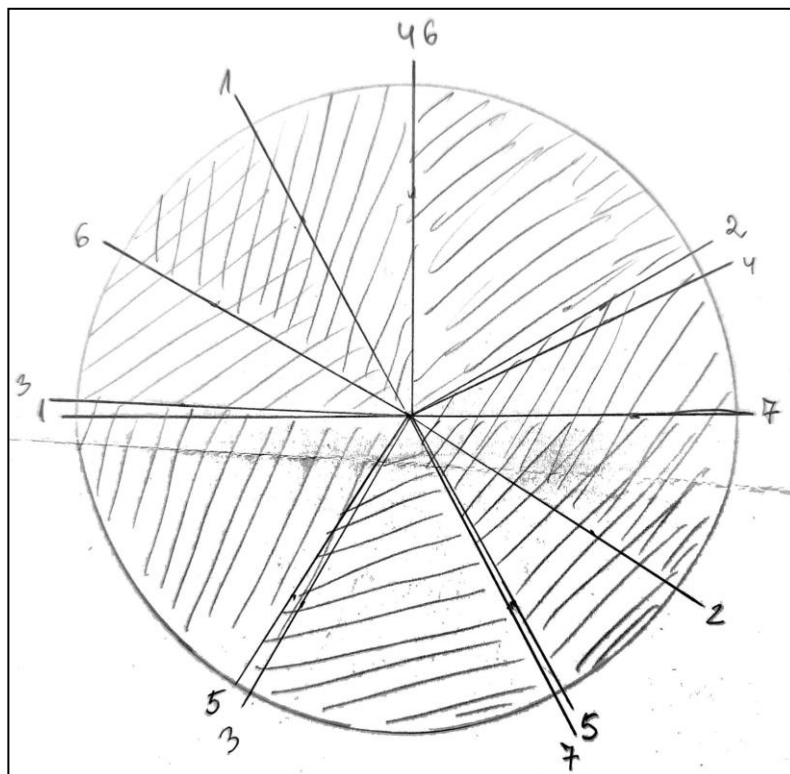
На схемата в сиво е означена областта от планетата, която е видима за наблюдател на борда на станцията. Секторът от планетата, който съответства на тази област, има при върха си ъгъл 2α . Можем да го намерим от съотношението

$$\cos \alpha = \frac{R}{r_p}.$$

Тъй като е дадено, че $r_p = 1.1667R$, то оттук получаваме $\alpha \approx 31^\circ$. Следователно $2\alpha = 62^\circ$.

По-нататък продължаваме решението графично. Начертаваме кръг, който ще представлява планетата. Начертаваме произволен радиус и още един на ъгъл 62° от първия радиус. Така получаваме сектор от планетата, съответстващ на областта от повърхността, фотографирана от станцията при едно нейно преминаване през перицентъра на орбитата. Защриховаме този сектор.

Приемаме, че апсидната линия (голямата ос) на орбитата на станцията не променя своята ориентация. До следващото преминаване на станцията през перицентъра планетата е направила 6 пълни завъртания около оста си и се е завъртяла още на ъгъл 150° . Следователно следващата област от повърхността на планетата, над която ще бъде станцията в перицентъра на орбитата си, ще е на 150° от първата област. Начертаваме втори сектор с ъгъл при върха 62° , отместен на 150° от първия и го защриховаме. Повтаряме същата процедура толкова пъти, колкото е необходимо, за да се защрихова целият кръг, изобразяващ планетата. Виждаме от Фигура А2, че така описаната процедура трябва да се повтори 6 пъти след защриховането на първия сектор. Следователно станцията трябва да направи **6 обиколки** около планетата, за да фотографира цялата нейна екваториална зона. (Всъщност последната шеста обиколка дори е непълна).



Фигура А2. Графично решение за броя обиколки.

В) За да бъде напълно тъмно на повърхността на планетата, върху нея не трябва да пада не само пряка, но и разсеяна светлина от звездата. Атмосферата на планетата разсейва звездната светлина над нейната повърхност, дори и когато звездата е вече се е спуснала на не много голяма дълбочина под хоризонта. Това е времето на полумрака. За екватора то продължава $\frac{1}{30}P$ сутрин и вечер. За време, равно на периода P , планетата се завърта на 360° около оста си, което означава, че за време, равно на $\frac{1}{30}P$, тя ще се завърти на ъгъл $360^\circ/30 = 12^\circ$. Оттук следва, че за наблюдател на екватора полумракът продължава, докато звездата е на не повече от 12° под хоризонта. Тук не отчитаме разликата между звездното и слънчевото денонощие за планетата, понеже орбиталният период на планетата около Огнената звезда е много по-дълъг от нейния период на околоосно въртене и тази разлика е пренебрежима.

От Фигура А1 за ъгъла β можем да напишем $\beta = 90^\circ - \alpha = 59^\circ$. Апсидната линия на орбитата на станцията си запазва ориентацията. Нека разгледаме ситуацията в координатна система, в която планетата се върти около оста си, но не се движи по орбитата си, а звездата се движи около нея. Тогава, ако не отчитаме полумрака, областта, фотографирана от станцията в перицентъра на нейната орбита, ще бъде неогрявана от звездната светлина през времето, за което звездата се завърта на ъгъл 2β около планетата. Като добавим и ефекта от полумрака, този ъгъл се намалява с още два пъти по 12° . Общият ъгъл, на който се завърта звездата, докато фотографираната област от планетата остава съвсем тъмна, ще бъде $2\beta - 2 \times 12^\circ = 94^\circ$. Като част от пълното завъртане на звездата около планетата, това е

$$\frac{94^\circ}{360^\circ} \approx 0,26.$$

Следователно от своята станция космическият пилот Николай ще може да фотографира мълните на тъмната страна на планетата през около **26%** от времето.

Ева Божурова

Критерии за оценяване (общо 15 т.):

- А)** За пресмятане на броя звездни денонощия в една година за планетата – **4 т.**
За пресмятане на броя на слънчевите денонощия – **1 т.**
- Б)** За правилни начални разсъждения при определяне на необходимия брой обиколки на станцията, за да се фотографира цялата екваториална зона – **2 т.**
За правилна процедура при намиране на крайния отговор – **3 т.**
- В)** За определяне на частта от времето, през което ще може да се фотографират мълнии в тъмната страна на планетата – **3 т.**
За отчитане на полумрака – **2 т.**
-

Задача 2. Елиптичната галактика NGC 680. Елиптичната галактика NGC 680 в съзвездието Овен има червено отместване $z = 0.00977$, интегрална звездна величина $V = 11.9$ и ъглов размер $\delta = 1.9'$. Междувездната екстинкция (отслабването на светлината) за NGC 680 е 0.21 mag във филтър V и 0.12 mag във филтър I.

- **А)** Пресметнете разстоянието до NGC 680, ако приемете, че скоростта ѝ спрямо Хъббловия поток на разширяващата се Вселена е пренебрежима. Скоростта на Млечния път е 300 km/s в посока на купа Дева. Приемете, че константата на Хъбъл е $H_0 = 73 \text{ (km/s)/Mpc}$. **[2 т.]**
- **Б)** Колко парсека е размерът на NGC 680? По-голяма ли е NGC 680 от Млечния път? **[2 т.]**
- **В)** Защо междувездната екстинкция за NGC 680 е толкова слаба? **[2 т.]**
- **Г)** Каква е светимостта на NGC 680 (в $L_\odot$), ако приемем, че излъчва равномерно във всички посоки? Оценете масата на NGC 680 (в $M_\odot$). **[3 т.]**

Нека да приемем, че звездообразуването в NGC 680 не е активно от 800 милиона години насам. Приемете, че за Главната последователност връзката маса-светимост е $L \sim M^{3.5}$.

- **Д)** Каква би била звездната величина на най-ярките звезди от Главната последователност в NGC 680 в този случай? **[3 т.]**

От галактиката се наблюдава да излизат две облачни структури, подобни на приливни опашки. Възможно е те да са повлияни от гравитационното въздействие на близката галактика NGC 678 или от друго взаимодействие в миналото. В тези структури вероятно има звездообразуване и сега.

- **Е)** Как бихте обяснили това, че в такива структури има звездообразуване, а в останалата галактика – не? Какви са на цвят тези структури спрямо основното тяло на NGC 680 – по-червени или по-сини – и защо? **[3 т.]**

Справочни данни:

Абсолютна звездна величина на Слънцето във филтър V $M_{V\odot} = 4.84$

Решение.

А) Радиалната скорост на NGC 680 е

$$v_R = zc = 2930 \text{ km/s.}$$

Съзвездието Дева, към което се движи Млечният път, е в посока, обратна на съзвездието Овен. Следователно можем да намерим рецесивната скорост на NGC 680 като извадим скоростта на Млечния път от радиалната:

$$v = v_R - 300 \text{ km/s} = 2630 \text{ km/s.}$$

Намираме разстоянието до NGC 680 по закона на Хъбъл:

$$r = \frac{v}{H_0} = \mathbf{36.0 \text{ Мрс.}}$$

Б) Размерът на NGC 680 е

$$D = \delta r = \mathbf{19900 \text{ pc.}}$$

Той е **по-малък** от размера на Млечния път (27 000 pc на 25-ата изофота).

В) Основен източник на междувездната екстинкция за близки галактики е прахът в диска на Млечния път. Поради това тя е зависима най-вече от галактичната ширина. NGC 680 е в съзвездието Овен, което е на достатъчно голямо разстояние от галактичния диск. Най-близкото съзвездие, през което минава Млечният път, е Персей. Галактичната ширина на NGC 680 е $b = -39^\circ$.

Г) Ако отчетем екстинкцията, коригираната видима звездна величина на галактиката е $V = 11.69 \text{ mag}$. Модулът на разстоянието е

$$V - \mu_V = 5 \lg(r[\text{pc}]) - 5 = 32.78.$$

Така получаваме абсолютна звездна величина на галактиката $\mu_{VG} = -21.09 \text{ mag}$. Получаваме светимостта ѝ по закона на Погсън, като сравняваме със Слънцето:

$$\frac{L}{L_\odot} = 10^{0.4(4.84 - \mu_{VG})} = \mathbf{2.3 \times 10^9}.$$

NGC 680 е елиптична галактика, поради което в нея няма сини гиганти и свръхгиганти, тъй като звездообразуването вече не е активно. Поради това масата ѝ се доминира от маломасивни звезди, които имат високо отношение M/L , и от тъмна материя. Добра оценка за отношението маса-светимост за маломасивните звезди в слънчеви единици е 1–2, а за отношението тъмна материя / звезди – около 10. Така можем да приемем отношение M/L за цялата галактика около $20 M_\odot/L_\odot$ и да оценим масата ѝ на **400 – 500 милиарда слънчеви маси**.

Д) Времето за престой на звездите на Главната последователност е приблизително

$$t = \frac{M}{L} \times 10 \text{ Gyr},$$

където M и L са в слънчеви единици. Заместваме с връзката маса-светимост и получаваме

$$t = \frac{L^{1/3.5}}{L} \times 10 \text{ Gyr} = L^{-5/7} \times 10 \text{ Gyr}.$$

За $t = 800 \text{ Муг}$ най-ярките звезди на Главната последователност ще имат светимост

$$(L/L_\odot)^{-5/7} = t/(10 \text{ Gyr}) = 0.08,$$

$$L = 0.08^{-7/5} L_\odot = 34 L_\odot.$$

Реалната стойност е по-висока заради ширината на Главната последователност: светимостта се повишава бавно и по време на престоя на ГП.

По формулите от Г), с отчитане и на екстинкцията, получаваме видима звездна величина **34.0 mag** за най-ярките звезди от Главната последователност.

Е) В основното тяло на NGC 680 вече има много ниска плътност на молекулярния водород, за да се задейства звездообразуване. Тези странични структури са преминали през по-динамични процеси – сблъскване на газ, турбуленция на големи мащаби и т.н., при които е нарушена хомогенността на газа. Така при ниска средна плътност за цялата структура плътността локално се повишава до необходимите стойности за задействане на звездообразуване.

Тъй като има активно звездообразуване, има и масивни млади сини звезди с високи светимости. Това прави структурата по-синя от останалата част на галактиката.

Александър Куртенов

Критерии за оценяване (общо 15 т.):

- А)** *Общо – 2 т. (ако скоростта на Млечния път не е отчетена правилно – максимум 1 т.)*
- Б)** *За намиране на линейния размер – 1 т.
За сравнението с Млечния път – 1 т.*
- В)** *Общо – 2 т.*
- Г)** *За намиране на светимостта – 2 т.
За оценка на масата – 1 т. (ако е допуснато отношение M/L между 5 и 50.)*
- Д)** *Общо – 3 т.*
- Г)** *За обяснение на нарушаване на хомогенността – 2 т.
За цвета – 1 т.*
-

Задача 3. Три в едно. Трите подусловия за независими. При решаване на всяко от подусловията можете да използвате само величините, които са дадени в него.

- **А)** Пресметнете колко време продължава изгревът на Слънцето за наблюдател, разположен на северния полюс на Уран. Приемете, че Уран обикаля по кръгова орбита с радиус $r = 20$ аи, наклонът на оста му е $i = 82^\circ$, а видимият ъглов диаметър на Слънцето за земен наблюдател е $\delta_E = 30'$. **[4 т.]**
- **Б)** Ексцентрицитетът на земната орбита е $e = 0.017$. Нека предположим, че моментът на лятното (за северното полукуълбо) слънцестоене съвпада с момента, в който Земята е в афелий. Намерете с колко дни биха се различавали интервалите от време от пролетно до есенно и от есенно до пролетно равноденствие. Продължителността на годината е $T_E = 365.25$ d. **[5 т.]**
- **В)** Спътник в орбита около Земята влиза в нейната сянка и от него се наблюдава слънчево затъмнение. Пълната му продължителност е три пъти по-голяма от продължителността на пълната фаза. Оценете пълната продължителност на затъмнението. Дължината на земната сянка е $L = 1400000$ km, а земното ускорение е $g = 10$ m/s². Всички тела в задачата се движат в една и съща посока по кръгови орбити, лежащи в една равнина. Не отчитайте орбиталното движение на Земята. **[6 т.]**

Решение.

А) Изгревът на Слънцето на северния полюс на Уран е показан схематично на Фигура А3. Понеже на полюса небесният екватор съвпада с видимия хоризонт, то Слънцето изгрява под ъгъл $i = 82^\circ$ спрямо хоризонта. Видимият ъглов размер на Слънцето за наблюдател на Уран δ_U би следвало да бъде 20 пъти по-малък от този за Земята, тоест $\delta_U = 1.5'$.

От чертежа се вижда, че ъгловата дължина на дъгата от еклиптиката, която Слънцето трябва да измине от началото на изгрева до неговия край, ще бъде

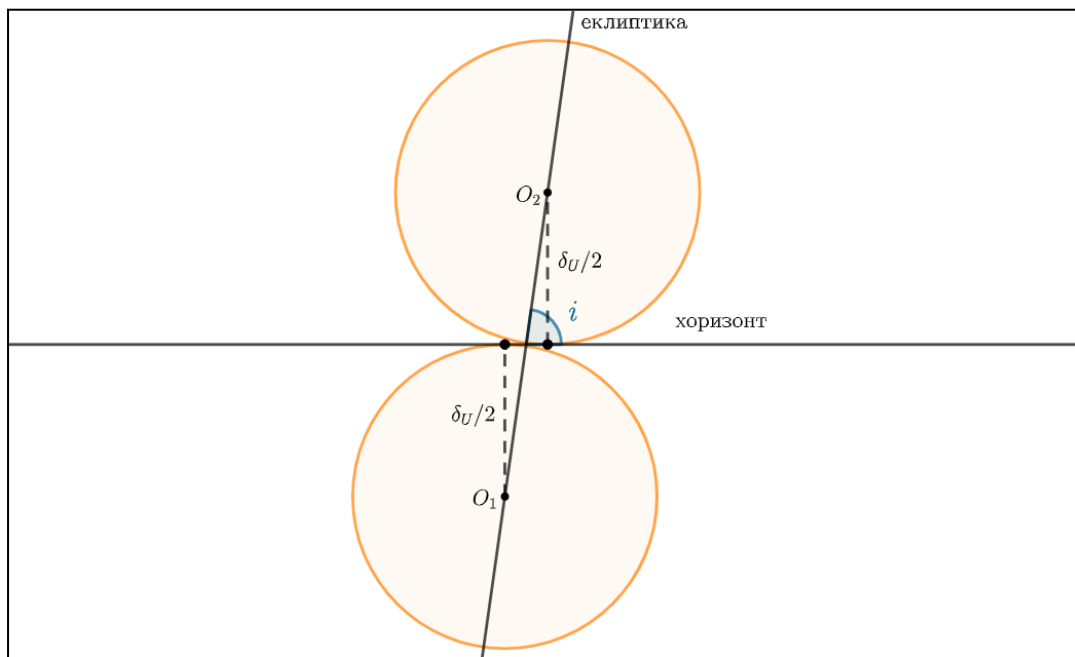
$$O_1O_2 \equiv X = \frac{\delta_U}{\sin i} \approx 1.51'.$$

Нека с T_U да означим орбиталния период на Уран около Слънцето. Съгласно третия закон на Кеплер

$$\frac{(a_U[\text{au}])^3}{(T_U[\text{yr}])^2} = 1 \Rightarrow T_U = 89.4 \text{ yr}.$$

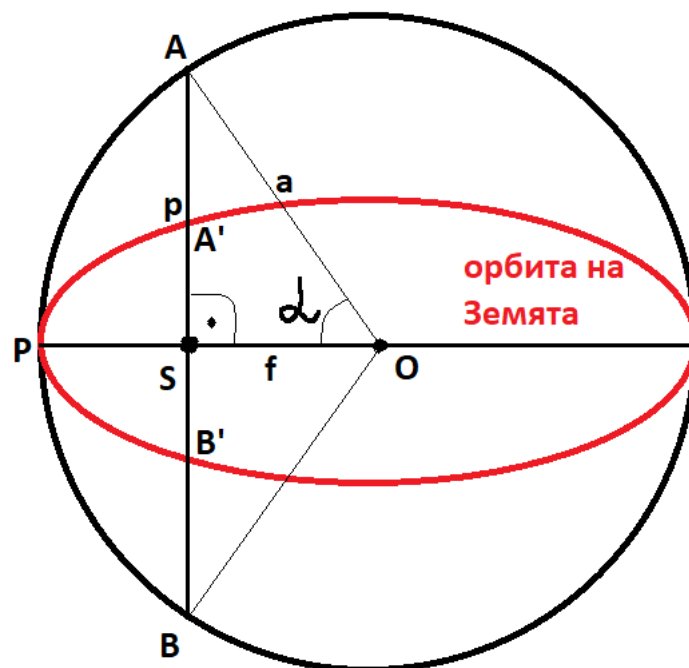
За време T_U Слънцето изминава 360° по еклиптиката на Уран. Следователно продължителността на изгрева на Слънцето е може да се изрази по следния начин:

$$t = \frac{X}{360^\circ} T_U \approx \mathbf{55 \text{ h.}}$$



Фигура А3. Изгрев от северния полюс на Уран.

Б) Понеже моментите на зимното и лятното слънцестоене съвпадат с моментите, в които Земята преминава през перихелия и афелия на своята орбита, то равноденствията настъпват, когато планетата ни се намира на правата, която е перпендикулярна на апсидната линия (отсечката, която свързва тези две положения, се нарича фокална хорда или *latus rectum* от латински). Ситуацията е показана на Фигура А4:



Фигура А4. Положения на Земята A' и B' в равноденствие.

Когато Земята преминава през перихелий, тя се намира в т. P от своята орбита. В моментите на есенно и пролетно равноденствие нашата планета е в точки A' и B' . В т. S е разположено Слънцето.

За да намерим за колко време Земята се придвижва от т. A' до т. B' , минавайки през перихелия, трябва да намерим каква част от площта на цялата елипса се заема от сектора $A'PB'$. За целта построяваме окръжност, която има радиус, равен на голямата полуос на земната орбита с център т. O – центърът на елипсата.

За решаване на задачата трябва да се използва следното съображение: секторът $A'PB'$ заема такава част от площта на елипсата, каквато секторът APB от площта на окръжността.

Коментар. Този факт произтича от това, че елипсата се явява окръжност, сплесната с някакъв фактор k по едната ос. Това „сплескване“ води до умножаване на всички площи с k , така че отношенията помежду им остават същите. Това доказателство (както и всякакви друго) не се изисква от учениците.

Площта на сектора APB от окръжността може да се изрази по сления начин:

$$S_1 = \frac{2\alpha [\text{rad}]}{2\pi} \pi a^2 - S_{AOB}.$$

За ъгъл α можем да запишем

$$\cos \alpha = \frac{f}{a} = e.$$

Следователно лицето на триъгълника AOB може да се изрази по следния начин:

$$S_{AOB} = 2 \frac{a^2 \sin \alpha \cos \alpha}{2} = a^2 e \sqrt{1 - e^2}.$$

Оттук следва, че

$$S_1 = \alpha a^2 - a^2 e \sqrt{1 - e^2}.$$

Понеже площта на окръжността е $S = \pi a^2$, получаваме, че

$$\frac{S_1}{S} = \frac{\alpha}{\pi} - \frac{e \sqrt{1 - e^2}}{\pi} = \frac{\arccos e - e \sqrt{1 - e^2}}{\pi} \approx 0.489.$$

Съгласно II закон на Кеплер интервалът от време, за който Земята изминава този сегмент от орбитата си, е

$$t_1 = \frac{S_1}{S} T_E \approx 178.7 \text{ d.}$$

Останалата част от орбитата се изминава за интервал от време

$$t_2 = 365.25 \text{ d} - t_1 \approx 186.6 \text{ d.}$$

Разликата между двата интервала е

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \left(1 - \frac{2}{\pi} (\arccos e - e \sqrt{1 - e^2}) \right) T_E \approx \mathbf{7.9 \text{ d.}}$$

В) Разполагаме с оскъдни данни и явно се иска да работим приближено. Ъгълът при върха на земната сянка се явява ъгловият размер на Слънцето, гледано от тази точка. Тъй като $L \ll 1 \text{ au}$, той е равен на видимия ъглов размер на Слънцето $\delta_{\odot}$, гледано от Земята. Нека радиусът на орбитата на спътника е r (и видимо $r < L$). Тогава ширината на земната сянка Δ_1 там, където спътникът я пресича, се изразява с

$$\Delta_1 = \delta_{\odot} (L - r).$$

Докато спътникът е в нея, от него се наблюдава пълно затъмнение. Около пълното затъмнение ще има и два интервала на частично затъмнение, при които спътникът минава по двете страни на лунната полусянка. Да намерим ширината на всеки от дяловете.

Правите, които ограничават даден дял, са общи допирателни на Слънцето и Земята. Тъй като Слънцето е много по-голямо от Земята, тези прави практически минават през една и съща точка по земната повърхност. А там ъгълът между тях е

равен на ъгловия размер на Слънцето $\delta_{\odot}$, гледано от Земята (вж. Фигура А5). Ширината на полусянката при орбитата на спътника съответно е

$$\Delta_2 = \delta_{\odot} r.$$

В нашата ситуация продължителностите на частичната и пълната фаза не се различават твърде силно. Това означава, че Δ_1 и Δ_2 са от един порядък, тоест r и L са също от един порядък. Тогава е видно, че изминаването на сянката и полусянката ще съответства на малък интервал от орбитата на спътника. Съответно може да приемем, че движението през тези области става с постоянна скорост v . Оттук съгласно условието имаме, че

$$\frac{\Delta_1 + 2\Delta_2}{\Delta_1} = 3 \Rightarrow r = \frac{L}{2}.$$

Скоростта v по същество е кръговата скорост за орбита с такъв радиус, тоест

$$v = \sqrt{\frac{GM_E}{r}} = \sqrt{\frac{g}{r}} R_E = \sqrt{\frac{2g}{L}} R_E,$$

където M_E и R_E съответно са масата и радиусът на Земята. Времетраенето на затъмнението е

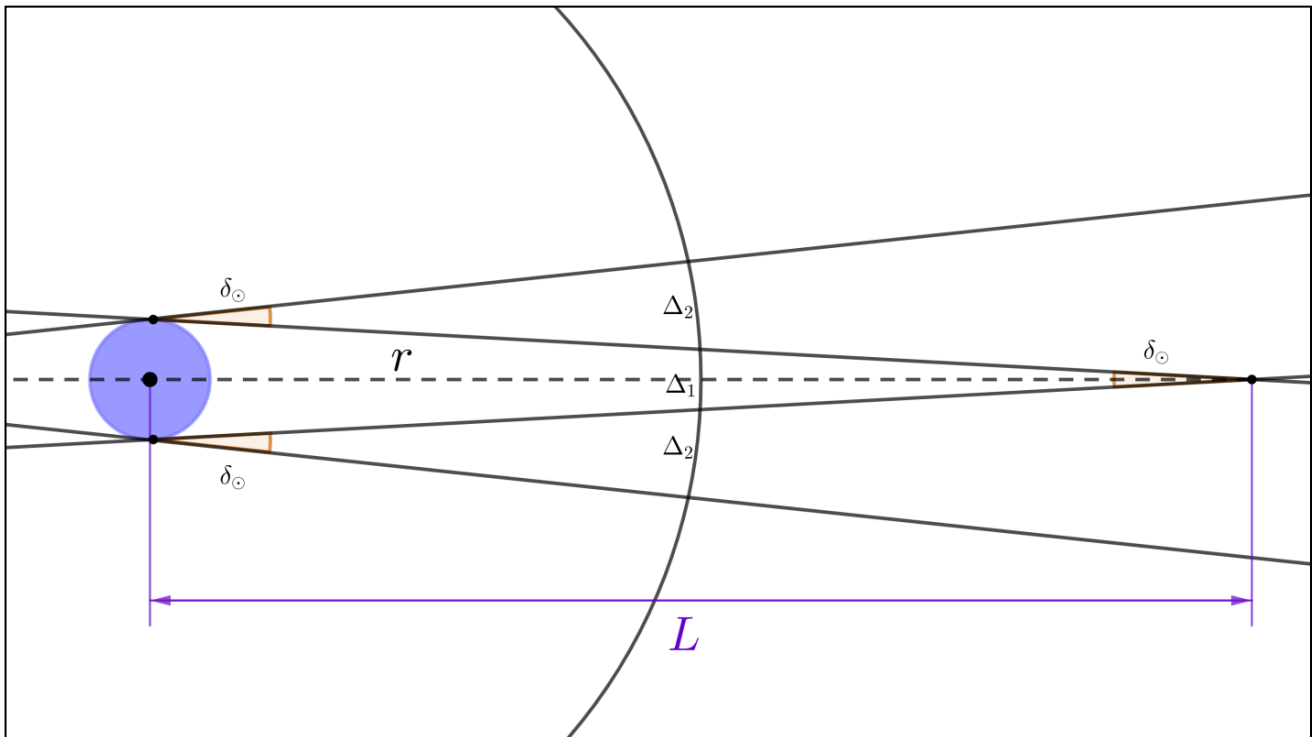
$$\tau = \frac{\Delta_1 + 2\Delta_2}{v} = \frac{3\delta_{\odot} L}{2v}.$$

Тъй като ъгълът $\delta_{\odot}$ е малък, дължината на сянката изпълнява

$$\delta_{\odot} L = 2R_E.$$

Тогава опростяваме отговора до

$$\tau = \frac{3R_E}{v} = \frac{3}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{L}{g}} = 7.0 \text{ h}.$$



Фигура А5. Геометрия на слънчевото затъмнение.

Никола Каравасилев [А), Б)], Стефан Иванов [В)]

Критерии за оценяване (общо 15 т.):

- А)** За намиране на видимия ъглов диаметър на Слънцето за Уран – **0.5 т.**
За правилно геометрично представяне на изгрева и намиране на ъгловата дължина на дъгата, която Слънцето изминава при изгрев – **2 т.**
За намиране на орбиталния период на Уран – **0.5 т.**
За правилен израз за продължителността на изгрева и верен отговор – **1 т.**
- Б)** За правилно геометрично представяне на положенията на Земята по време на равноденствия – **1 т.**
За съобразяване на начина по който ще се изрази каква част от площта на елипсата заема секторът, който Земята изминава – **1 т.**
За правилно изразяване на частта от площта на окръжността, която се заема от сектора, и верен числен резултат – **2 т.**
За краен отговор за разликата във времената – **1 т.**
- В)** За връзка между радиуса на Земята, ъгловия размер на Слънцето и дължината на сянката – **1 т.**
За изразяване на ширината на сянката Δ_1 – **1 т.**
За изразяване на ширината на полусянката Δ_2 – **2 т.**
За изразяване на орбиталната скорост на спътника чрез g – **1 т.**
За намиране на τ и числен резултат – **1 т.**
-

Задача 4. Почти като sudoku. Прочутият астроном Павел Казаков от Стара Загора ($\varphi = 42.4^\circ \text{ N}$, $\lambda = 25.5^\circ \text{ E}$) вече не наблюдава звезди от Стара Загора, а от друго място на същия меридиан по северното полукуълбо. Гражданското време там е същото, както в България. На 10 май Павел следи по небето две звезди, които остават скрити за всички други наблюдатели. Двете звезди имат горна кулминация на еднаква височина $h = 75^\circ$, но Звезда 1 кулминира на юг от зенита, а Звезда 2 – на север от зенита. Горната кулминация на Звезда 1 става в 19:10 по гражданско време, а тази на Звезда 2 става в 7:10. Ъгловото разстояние между звездите по небето е 90° .

Павел проследява движението на двете звезди в пространството, измервайки техния паралакс π , лъчева скорост v_r , собствено движение по ректасцензия μ_α и собствено движение по деклинация μ_δ . Естествено, той също знае тяхната ректасцензия α , деклинация δ и видима звездна величина m , както и спектралните им характеристики. Той изчислява, че след време двете звезди ще се окажат много близо една от друга и ще формират тясна двойна система. Според него тогава сумарната им звездна величина по земното небе ще е $m_c = 0.90$.

Павел ви дава таблица с данни за звездите. Но тъй като все пак сте участници в подбормен кръг на олимпиадата, той решава да ви позатрудни и изтрива повечето клетки.

звезда	спектрален клас	α	δ	π ["]	μ_α ["/yr]	μ_δ ["/yr]	v_r [km/s]	m
1	A2VII			0.100	+1.15		+22.0	11.20
2	K8III			0.050		+1.03		1.20

- **А)** Попълнете таблицата. Обяснете разсъжденията си. **[12 т.]**
- **Б)** Намерете на какво разстояние l от Стара Загора по земната повърхност стават наблюденията. **[1 т.]**

- **В)** Помислете и оценете – каква видима звездна величина m'_C може да достигне двойната система в рамките на 10000 години след формирането си? С други думи, разгледайте хипотетичен вариант, в който се реализира максималната възможна яркост. [2 т.]

Приемете, че звездите се движат в пространството с постоянна скорост.

Справочни данни:

Година	$1 \text{ yr} = 3.156 \times 10^7 \text{ s}$
Парсек	$1 \text{ pc} = 3.086 \times 10^{13} \text{ km}$
Астрономическа единица	$1 \text{ au} = 1,496.10^8 \text{ km}$
Радиус на Земята	$R_E = 6371 \text{ km}$

Решение.

А) Ректасцензията на всяка от звездите е равна на звездното време в момента на нейната горна кулминация. Затова трябва да намерим разликата между звездното време и гражданското време на 10 май за дължина $\lambda = 25.5^\circ \text{ E}$. Първо обръщаме внимание, че на тази дата се спазва лятно часово време, така че гражданското време е напред с един час спрямо местното средно слънчево време на централния меридиан за съответния часови пояс ($\lambda = 30^\circ \text{ E}$). На централния меридиан времето е с $60 \text{ min} \times \left(\frac{30^\circ - 25.5^\circ}{15^\circ} \right) = 18 \text{ min}$ напред спрямо местното средно слънчево време на меридиана на Стара Загора. Също отбелязваме, че на 10 май местното звездно време е назад спрямо местното средно слънчево време с $\left(\frac{31+30+31+31+12}{365.25} \right) \times 24 \text{ h} = 8 \text{ h } 52 \text{ m}$. И така, звездното време е назад от гражданското общо с $10 \text{ h } 10 \text{ min}$. Ректасцензиите тогава са $\alpha_1 = 9 \text{ h}$ и $\alpha_2 = 21 \text{ h}$.

Нека намерим деклинациите и географската ширина на мястото на наблюдение. За Звезда 1 може да запишем $h = 90^\circ - \varphi + \delta_1$, а за Звезда 2 имаме $h = \varphi + 90^\circ - \delta_2$. Също знаем, че отстоянието между звездите е 90° . Щом като ректасцензиите се различават с 12^{h} , когато Звезда 1 е в горна кулминация, Звезда 2 ще е в долна кулминация. В такава ситуация може да забележим, че ъгловото отстояние между тях е $180^\circ - \delta_1 - \delta_2$, откъдето $\delta_1 + \delta_2 = 90^\circ$. Същевременно събирането на първите две уравнения дава $\delta_1 + \delta_2 = 2\varphi$, така че $\varphi = 45^\circ$. Това води до $\delta_1 = +30^\circ$ и $\delta_2 = +60^\circ$.

По-нататък трябва да използваме информацията, че траекториите на звездите ще се пресекат. Намираме разстоянията до тях, $r_1 = 1/\pi_1 = 10 \text{ pc}$ и $r_2 = 1/\pi_2 = 20 \text{ pc}$. Сега представяме положението им на диаграма. За да се сблъскат звездите, трябва постоянният вектор на скоростта на едната звезда относно другата да е по направление на отсечката, която свързва звездите в настоящия момент. Това налага условието компонентите на тангенциалната скорост на звездите по ректасцензия v_α да са точно равни. За двете звезди може да изразим $v_\alpha = \mu_\alpha r \cos \delta$, с което получаваме

$$\mu_{\alpha 2} = -\mu_{\alpha 1} \frac{r_1 \cos \delta_1}{r_2 \cos \delta_2} = -1.00''/\text{yr}.$$

Тук добавеният знак минус указва, че ректасцензията на Звезда 2 би намалявала.

Ако векторът на относителната скорост v е в правилната посока, може да поставим условието

$$v = \frac{\mu_{\delta 2} r_2 - v_{r1}}{\sin \beta}, \quad \text{където } \tan \beta = \frac{r_1}{r_2}.$$

Така $v = 169.2 \text{ km/s}$ и съответно времето за сблъсък е $\tau = \sqrt{r_1^2 + r_2^2}/v = 4.08 \times 10^{12} \text{ s} = 129000 \text{ yr}$. Да проследим как са се изместили звездите за това време. Едната звезда е с 10 звездни величини по-слаба, въпреки че е два пъти по-близо до нас. Тя няма да дава никакъв отпечатък върху сумарната звездна величина m_C . Затова

сравнявайки m_2 с m_c , може да намерим как се отнася разстоянието r_2 към разстоянието r_c при срещата.

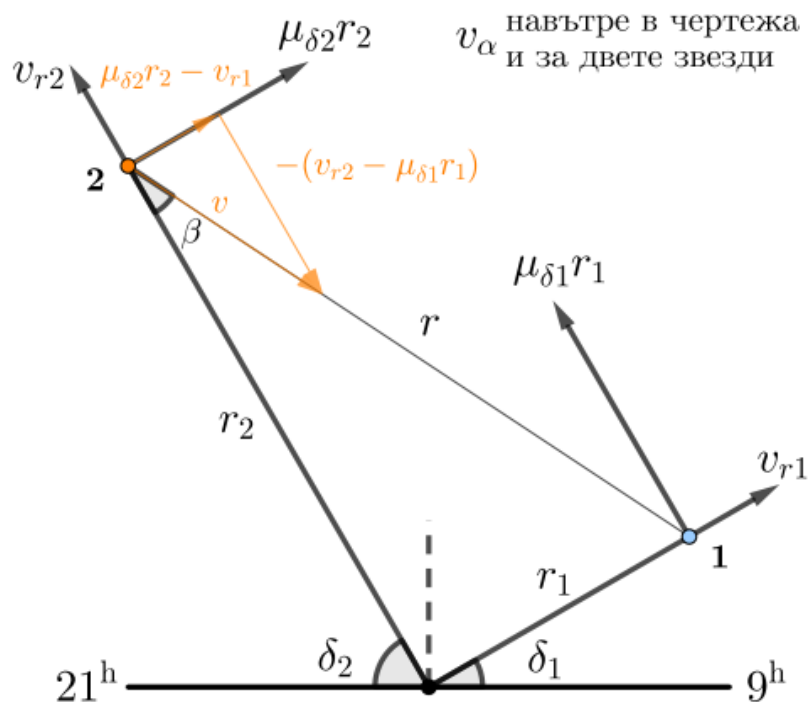
$$m_2 - m_c = -2.5 \lg \left(\frac{r_2}{r_c} \right)^2 \Rightarrow r_c = 17.5 \text{ pc.}$$

Сега може да запишем Питагоровата теорема за движението на Звезда 2 от началния момент до срещата:

$$(r_2 + v_{r2}\tau)^2 + (\mu_{\delta 2}r_2\tau)^2 + (v_{\alpha}\tau)^2 = r_c^2.$$

Знаейки, че $v_{\alpha} = 47.5 \text{ km/s}$, бавно и внимателно пресмятаме $v_{r2} = -76.6 \text{ km/s}$.

Остава да забележим, че сега от условието за сблъсък $v \cos \beta = -(v_{r2} - \mu_{\delta 1}r_1)$ може да извлечем $\mu_{\delta 1}$. След заместване получаваме $\mu_{\delta 1} = +1.47''/\text{yr}$.



Фигура А6. Движение на Звезди 1 и 2 в пространството.

Б) Разстоянието l се намира директно от разликата в географските ширини (изразена в радиани):

$$l = R(\varphi - \varphi_0) = 289 \text{ km.}$$

В) За тази част на задачата трябва да разпознаем какви са двете звезди. Звезда 1 има много ниска светимост въпреки спектралния си клас А2. Тя трябва да е бяло джудже. Същото може да се заключи и директно от класа светимост VII. Същевременно Звезда 2 е червен гигант.

Ако компонентите случайно се окажат достатъчно близко една до друга, за да има изключително голям темп на акреция, най-зрелищният възможен изход в следващите години е свръхнова от тип Ia. Известно е, че абсолютната звездна величина на такива свръхнови зависи слабо от точните обстоятелства на възникване, и е приблизително $M = -19.3$. Комбиниране това с разстоянието до системата r_c и получаваме съответната видима звездна величина:

$$m'_c - M = -5 + 5 \lg(r_c [\text{pc}]) \Rightarrow m'_c \approx -18.$$

Коментар. Тъй като пълната механична енергия на системата от Звезда 1 и Звезда 2 е положителна при сближаването им, тясна двойна система всъщност е невъзможно да се формира без други влияния. За да се случи такова събитие, трябва например да има трета звезда (около Звезда 1 или Звезда 2), която също да участва в

законите за запазване на енергията, импулса и момента на импулса. При сближаването тя би могла да се окаже с висока скорост и да излети надалеч, така че двойката Звезда 1/Звезда 2 да остане с отрицателна енергия и да формира двойна система.

Стефан Иванов

Критерии за оценяване (общо 15 т.):

- А)** За намиране на ректасцензиите – **2 т.**
За намиране на деклинациите и географската ширина – **2 т.**
За равенство на скоростите по ректасцензия и $\mu_{\alpha 2}$ – **2 т.** (без $\cos \delta$ – **1 т.**)
За формулирано условие за сблъсък и намиране на времето τ – **2 т.**
За разстоянието r_c при сблъсъка – **1 т.**
За уравнение за v_{r2} – **1 т.**
За точно пресмятане на v_{r2} ($\pm 5\%$) – **1 т.**
За намиране на $\mu_{\delta 1}$ – **1 т.**
- Б)** За верен отговор – **1 т.**
- В)** За досещане относно свръхнова от тип Ia – **1 т.**
За правилна стойност на абсолютната звездна величина и пресмятане – **1 т.**
-