

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
НАЦИОНАЛНА КОМИСИЯ ЗА ОРГАНИЗИРАНЕ НА ОЛИМПИАДАТА ПО АСТРОНОМИЯ
XXVIII НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО АСТРОНОМИЯ
<http://astro-olymp.org>

I кръг
Ученици от 11-12 клас

Задача 1. Екзопланети. Към момента са открити приблизително 5800 екзопланети (планети, които обикалят около звезди извън Слънчевата система).

• **А)** Кога е открита първата екзопланета и по какъв метод е направено това? А кога е открита първата екзопланета около подобна на Слънцето звезда? **[2 т.]**

• **Б)** Известно е, че значителна част от откритите екзопланети имат твърде необикновени параметри в сравнение с планетите от нашата Слънчева система. Екзопланети с предимно какви характеристики са били откривани в началото? Защо е било така? **[3,5 т.]**

• **В)** Избройте три метода, по които се откриват извънслънчеви планети и обяснете накратко (с 3-4 изречения) принципа им на работа. **[4,5 т.]**

Решение.

А) За първи път съществуването на екзопланети е потвърдено през 1992 г. Става дума за три екзопланети, движещи се в орбити около пулсара PSR B1257+12. Две от тях са открити през 1992 г., а третата през 1994 г. Методът, по който е установено съществуването на планетите на английски език, се нарича pulsar timing. Той се основава на това, че поради движението на пулсара около общия център на масите с планетната система, наблюдаваният период на неговия пулсиращ сигнал се променя периодично с времето. Откритието е направено чрез наблюдения в радиодиапазона.

Първата екзопланета, която се движи в орбита около подобна на Слънцето звезда, е открита през 1995 г. Звездата е 51 Pegasi и е от спектрален клас G2. Това е първата открита екзопланета около звезда от Главната последователност.

Действително, първото откритие на екзопланета е направено през 1988 г. Звездата, около която тази планета обикаля, се казва Ерай и е Гама от съзвездие Цефей. Съществуването на тази планета е потвърдено чак през 2003 г.

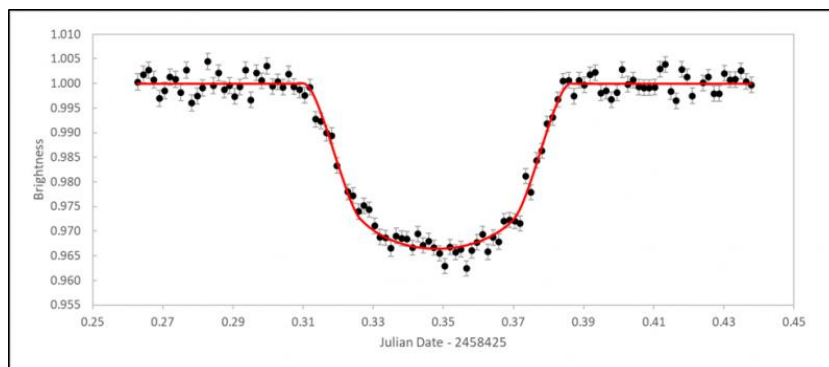
Б) Първите открити екзопланети почти изцяло принадлежат към клас „горещи Юпитери“. Те са класифицирани по този начин, защото радиусите на техните орбити са много малки (по-малки от 1 au) и имат огромни размери и маси (сравними и по-големи от размерите на Юпитер). Техните орбитални периоди обикновено са от няколко до няколко десетки денонощия.

Това е било така, защото планети с такива орбитални и физически характеристики предизвикват най-силни наблюдателни ефекти върху звездите, около които обикалят. Колкото по-голям е радиусът на една планета в сравнение с радиуса на звездата, около която обикаля, толкова по-голяма промяна в блясъка предизвиква тя, преминавайки пред диска на звездата. Също така, колкото по-близо до звездата се намира екзопланетата, с толкова по-голяма скорост тази звезда се движи около общия център на масите.

В) Метод на пасажите:

Този метод се основава на промяната в блясъка на звездата, предизвикана от преминаването на планета пред диска ѝ. Като се използва относителната промяна в този блясък, може да се изчисли колко пъти радиусът на звездата е по-голям от радиуса на планетата. До момента най-голям брой екзопланети са открити именно по този

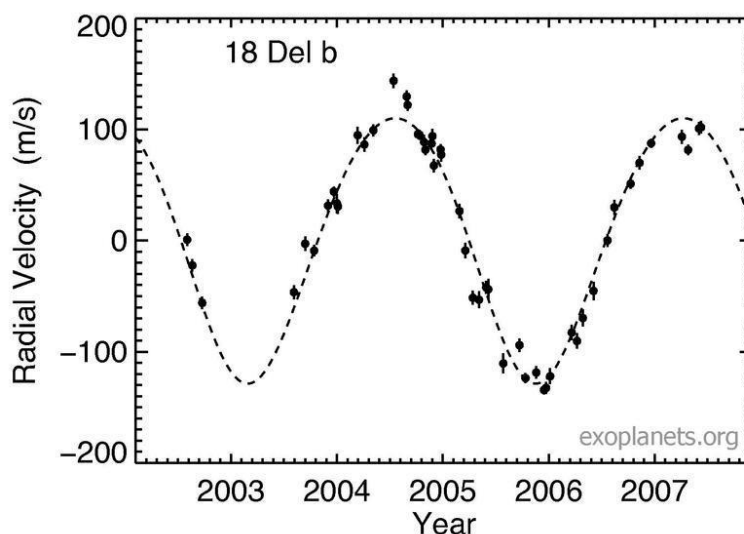
метод. Недостатък на метода е, че лъчът на зрение от наблюдателя трябва да бъде почти точно в равнината, в която лежи орбитата на планетата около звездата.



Фигура 1. Крива на блясъка на звезда, пред диска на която преминава екзопланета.
Източник: https://britastro.org/section_information_/exoplanets-section-overview/exoplanet-transit-imaging-and-analysis-process

Метод на лъчевите скорости:

При този метод се използва фактът, че поради гравитационно въздействие от страна на планетата, звездата се движи около общия център на масите на системата. Затова, лъчевата скорост на звездата се променя с течение на времето. Лъчевата скорост може да бъде определена чрез наблюдения на спектралните линии в спектъра на звездата и като се измерва тяхното отместване, дължащо се на ефекта на Доплер. По този метод е открита екзопланетата около звездата 51 Pegasi.



Фигура 2. Крива на лъчевата скорост на звездата 18 Del, около която е открита екзопланета.

Директно заснемане:

При този метод се получава директно изображение на наблюдаваната екзопланета. Поради малките размери на планетите и много ниската им яркост, в сравнение с тази на звездите, около които те обикалят, по този метод е открита съвсем малка част от всички екзопланети, които са известни до момента. Първото пряко изображение на екзопланета е получено през 2005 г. с телескопите в обсерваторията VLT.

В решенията на учениците могат да бъдат описани и други методи, например метод на гравитационните микролеци, изменение на наблюдавания период на пулсар и

така нататък. Ако са правилно обяснени, следва да се присъди съответният брой точки.

Критерии за оценяване (общо 10 т.):

- А)** За правилен и пълен отговор на въпроса за първата открита екзопланета – **1 т.**
За правилен и пълен отговор за първата екзопланета около подобна на Слънцето звезда – **1 т.**
- Б)** За назоваване на особеностите в характеристиките на първите открити екзопланети – **1,5 т.**
За обяснение защо са откривани най-вече такива екзопланети – **2 т.**
- В)** За правилно назовани и добре описани методи – **4,5 т. (3 × 1,5 т.)**

Задача 2. Резонанс 51:26. Две планети в Слънчевата система имат отношение на орбиталните периоди около Слънцето 51:26. Нека да обозначим по-вътрешната планета с Х, а по-външната – с У. Приемете орбитите на планетите за кръгови.

• **А)** Планета У е в опозиция за планета Х и се намира в дадено положение на фона на звездите по небето за наблюдател на планета Х. На колко градуса от това положение ще бъде У в следващата си опозиция? При опозиция обектите Слънце-Х-У лежат на една права, в този ред. **[3 т.]**

• **Б)** Колко пъти по-ярко е Слънцето в небето на планета Х, отколкото в небето на планета У? **[2 т.]**

• **В)** С колко процента трябва да увеличим радиуса на орбитата на планета У, така че отношението на периодите да стане 2:1? **[3 т.]**

• **Г)** Кои са двете планети и какви са орбиталните им периоди в години? Може да проверите в интернет, но не използвайте допълнителна информация за решаването на предните подусловия. **[2 т.]**

Решение.

А) За синодичния период на повтаряне на конфигурацията Слънце-Х-У е в сила равенството

$$\frac{1}{T_X} = \frac{1}{T_Y} + \frac{1}{T_{SYN}},$$

където T_X и T_Y са орбиталните периоди на двете планети. Знаем, че $T_Y = \left(\frac{51}{26}\right)T_X$. Решаваме уравнението и получаваме

$$T_{SYN} = \frac{T_Y T_X}{T_Y - T_X} = \frac{51}{25} T_X = \frac{26}{25} T_Y.$$

Това означава, че за един синодичен период (времето между две опозиции) планетата Х е направила два цели оборота по орбитата си + 1/25 от оборот, а планетата У – един цял оборот + 1/25 от оборот. Следователно ъгълът на завъртане на направление Слънце-Х-У спрямо звездите между двете опозиции е 1/25 от кръга или $(360/25)^\circ = 14,4^\circ$.

Б) Ако радиусите на орбитите са r_X и r_Y , то по III закон на Кеплер

$$\frac{r_X}{r_Y} = \left(\frac{T_X}{T_Y}\right)^{2/3} = \left(\frac{26}{51}\right)^{2/3}.$$

Отношението на осветеностите, които Слънцето създава на планета Х и на планета У е

$$\frac{\Phi_X}{\Phi_Y} = \left(\frac{r_Y}{r_X}\right)^2 = \left(\frac{T_Y}{T_X}\right)^{4/3} = \left(\frac{51}{26}\right)^{4/3} = 2,455.$$

Слънцето ще бъде **2,455 пъти** по-ярко в небето на планета Х.

В) Отношението на сегашните радиуси на орбитите на планетите е

$$\frac{r_Y}{r_X} = \left(\frac{T_Y}{T_X}\right)^{2/3} = \left(\frac{51}{26}\right)^{2/3} = 1,5670.$$

Ако увеличим r_Y до r_{Y2} , така че планетите да са в резонанс 2:1, то

$$\frac{r_{Y2}}{r_X} = \left(\frac{T_{Y2}}{T_X}\right)^{2/3} = (2)^{2/3} = 1,5874.$$

Това е увеличение на орбитата с $(1,5874/1,5670) = 1,0130$ пъти, т.е. с **1,3%**.

Г) Двете планети са **Уран и Нептун**. Орбиталният период на Нептун е 164,79 уг, а този на Уран е 84,02 уг. Отношението им е $1,961 = 51/26$.

Критерии за оценяване (общо 10 т.):

А) *Общо – 3 т.*

Б) *Общо – 2 т.*

В) *Общо – 3 т.*

Г) *Общо – 2 т.*

Задача 3. Двойници на Омега Кентавър. Омега Кентавър (NGC 5139) е най-големият кълбовиден звезден куп в нашата галактика, с радиус 26 парсека и маса 4 милиона слънчеви маси. Омега Кентавър е на разстояние от нас 4840 парсека и видимата му звездна величина е $3,9^m$ (интегрално за цялата му площ по небето).

• **А)** Каква би била звездната величина на двойник на Омега Кентавър, ако той се намира в галактиката NGC 3628 на разстояние 11 милиона парсека от нас в съзвездието Лъв? Междувзвездното поглъщане да се пренебрегне. **[3 т.]**

• **Б)** Друг двойник на Омега Кентавър е много далече от центъра на галактиката, към която принадлежи. Около него, на постоянно разстояние 200 парсека обикаля друг малък звезден куп. За какво време малкият звезден куп ще прави една пълна обиколка около двойника на Омега Кентавър? **[3 т.]**

• **В)** Космическият телескоп Хъбъл има диаметър на главното огледало 2,4 метра. На какво максимално червено отместване може с телескопа Хъбъл да се различи от звезда (т.е. да се види не като точков, а като протяжен обект) двойник на Омега Кентавър в червения филтър F689M на този телескоп, пропускащ светлина с дължина на вълната 689 nm? **[4 т.]**

Справочни данни:

$$1 \text{ pc} = 206265 \text{ au}, \quad 1 \text{ au} = 149,6 \cdot 10^6 \text{ km}$$

$$\text{Гравитационна константа} - G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{kg}^{-1} \text{s}^{-2}$$

$$\text{Константа на Хъбъл} - H_0 = 70 \text{ (km/s)/Mpc}$$

Решение.

А) По формулата на Погсън

$$m_1 - m_2 = -2,5 \lg\left(\frac{\Phi_1}{\Phi_2}\right),$$

където m_1 и m_2 са звездните величини, Φ_1 и Φ_2 са светлинните потоци на единица площ, създадени от купа на разстояния r_1 и r_2 . Също така,

$$\frac{\Phi_1}{\Phi_2} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2$$

Заместваме и получаваме

$$m_2 - m_1 = 5 \lg \left(\frac{r_2}{r_1} \right)$$

Нека наблюдение 1 да е на Омега Кентавър, а наблюдение 2 да е на двойника му в NGC 3628. Тогава $m_1 = 3,9$, $r_1 = 4840$ pc, $r_2 = 1.10^6$ pc. Заместваме в последната формула и получаваме звездна величина $m_2 = 20,7$.

Б) В случая имаме кръгова орбита с радиус

$$r = 200 \text{ pc} = (200 \cdot 206265 \cdot 149,6 \cdot 10^9) \text{ m} = 6,1714 \cdot 10^{18} \text{ m}$$

около тяло с маса $M = 4 \cdot 10^6 M_{\odot} = 8 \cdot 10^{36} \text{ kg}$. По III закон на Кеплер намираме орбиталния период T :

$$\frac{r^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2},$$

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM}} = 4,17 \cdot 10^{15} \text{ s} = 132 \cdot 10^6 \text{ yr}.$$

Периодът от 132 милиона години е сравним с периодите на въртене на галактиките. За такова време галактиката би повлияла значително на орбитата на малкия куп. Подобна система би била устойчива само на много голямо разстояние от галактиката, където кълбовидните купове са рядкост. При по-малка орбита и по-малък период радиусът на орбитата вече става сравним с размера на централния куп. Поради такива съображения, двойни кълбовидни купове на практика почти не се наблюдават.

В) Космическият телескоп Хъбъл е извън атмосферата, поради което разделителната му способност е ограничена само от дифракцията и може да се оцени по формулата

$$\theta = 1,22 \frac{\lambda}{D}.$$

За дължина на вълната $\lambda = 689 \text{ nm}$ и диаметър на огледалото $D = 2,4 \text{ m}$ получаваме $\theta = 3,5 \cdot 10^{-7} \text{ rad} = 0,072''$. Това е минималното ъглово разстояние, на което ще разделим два точкови обекта в полето на зрение. Ако приложим това за двата видими края на купа като условие той да бъде наблюдаван като площен обект, то купът трябва да има ъглов размер с минимална стойност θ . От радиуса $R = 26 \text{ pc}$ намираме максималното възможно разстояние за целта:

$$r_{\max} = \frac{2R}{\theta} = 148 \text{ Mpc}.$$

Това не е голямо космологично разстояние (над $\sim 1000 \text{ Mpc}$), поради което можем да комбинираме закона на Хъбъл с класическата формула за ефекта на Доплер:

$$v_R = H_0 r_{\max}, \quad z = v_R/c.$$

Получаваме червено отместване

$$z = \frac{H_0 r_{\max}}{c} = 0,035.$$

Критерии за оценяване (общо 10 т.):

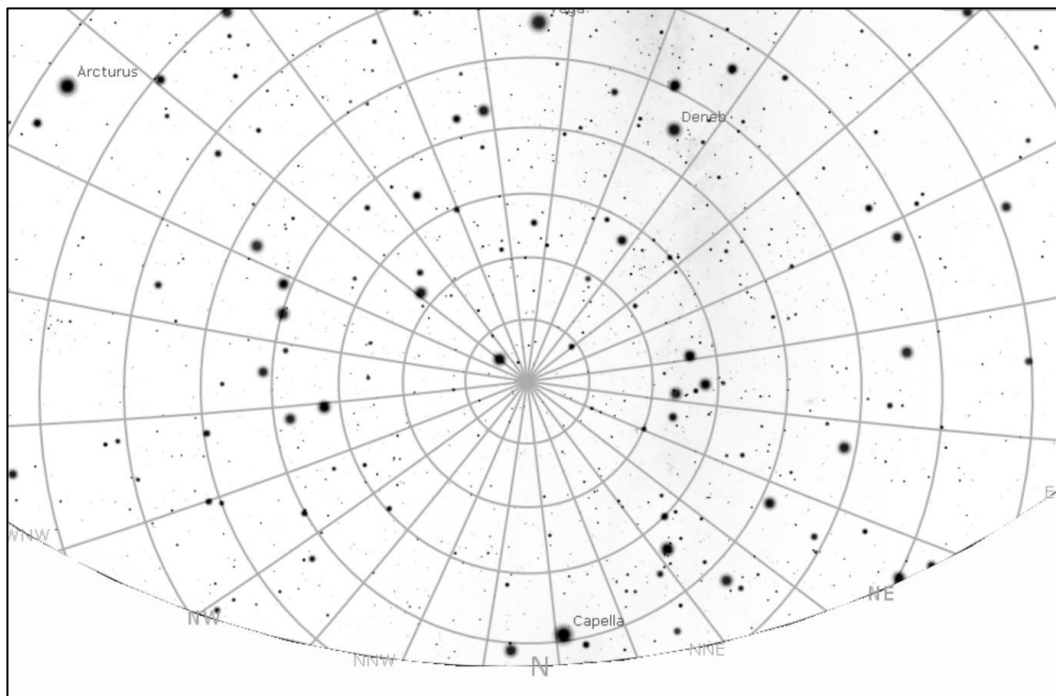
А) *Общо – 3 т.*

Б) *Общо – 3 т.*

В) *Общо – 4 т.*

Задача 4. Сатурн. Вие се намирате в специален летателен апарат, който изследва горните слоеве на атмосферата на Сатурн, където облаците вече не пречат да се виждат звездите. В даден момент вие виждате звездното небе така, както е показано на фигурата по-долу. Дадена е и координатна мрежа, представяща екваториална координатна система, дефинирана за Сатурн.

- А) На следващите картинки е изобразена планетата Сатурн така, както би се наблюдавала от Земята в моментите на опозиция през различни години. За всяка от картинките отбележете в кой месец би трябвало да е опозицията на Сатурн. Северният полюс на Сатурн е в горната част на картинките. [6 т.]



- Б) Извънземни астрономи от различни екзопланети откриват Сатурн, като наблюдават преминавания (пасажи) на планетата пред Слънцето, при които видимият блясък на нашата звезда леко се понижава. Посочете приблизително в кои съзвездия трябва да са екзопланетите, от които при пасаж на Сатурн ще се наблюдава най-малката и най-голямата амплитуда на изменение на видимия блясък на Слънцето. [4 т.]

Решение.

А) От звездната карта с екуatorialната координатна мрежа за Сатурн виждаме, че северният небесен полюс за наблюдател на тази планета е много близо до Полярната звезда. Така установяваме удивителния факт, че оста на въртене на Сатурн е почти точно успоредна на земната ос на въртене – тя има почти същия наклон към еклиптиката и същата ориентация като оста на нашата планета. Оттук следва, че за наблюдател на Сатурн точките на равноденствията и слънцестоянията ще са много близки до съответните точки за земния наблюдател. Когато Сатурн е в опозиция, за наблюдател, който се намира там, Слънцето е в същото положение на фона на звездите, както и за земния наблюдател. Следователно в такива случаи, ако на Земята имаме равноденствие или слънцестояние, то и за Сатурн моментите на равноденствие или слънцестояние ще са много близки до тези за Земята.

Известно е, че пръстените на Сатурн лежат в екваториалната равнина на планетата. На втората и четвъртата снимка пръстените на Сатурн се виждат почти „ребром“ към нас. Това означава, че щом Сатурн е в опозиция, тези снимки са направени в моменти от време близки до моментите на равноденствията както за Сатурн, така и за Земята, още повече, че интервалът от време между тези моменти е около 15 години, или половината от 30-годишния период на орбитално движение на Сатурн около Слънцето. Първата и третата снимка са направени в моменти, които са приблизително в средата на интервалите между две последователни равноденствия. Следователно на първата и третата снимка за Сатурн, както и за Земята е време близко до някои от слънцестоянията. На първата снимка към нас, а следователно и към Слънцето е наклонен южният полюс на Сатурн, а на третата снимка – северният полюс. Така стигаме до извода, че първата снимка е направена в момент близък до зимното слънцестояние за Сатурн и за Земята, което означава, че тогава опозицията на Сатурн е била през **декември** (или най-късно януари), втората снимка трябва да е направена през **март** (или най-късно април), третата снимка е направена през **юни** (или най-късно юли), а четвъртата през **септември** (или най-късно през октомври).

Б) Най-малка амплитуда на понижение на блясъка на Слънцето при пасаж на Сатурн ще се наблюдава от екзопланетите, които се намират съвсем близо до равнината, определена от пръстените на Сатурн, т.е. за екзопланетите, от които пръстените биха се виждали „ребром“. Това означава, че въпросните екзопланети трябва да се намират около равноденствените точки за Сатурн, или близо до равноденствените точки за Земята. Трябва да се има предвид също и че орбитата на Сатурн е наклонена на около 2.5° към равнината на земната орбита, или с други думи, на еклиптиката. Следователно, когато за Сатурн е момент близък до пролетното равноденствие и оттам Слънцето е около пролетната равноденствена точка, пасаж на Сатурн би се наблюдавал от екзопланети близки до есенната равноденствена точка, или в съзвездията Дева. Ако за Сатурн е момент близък до есенното равноденствие, пасаж на планетата би могъл да се наблюдава от екзопланети в съзвездията Риби и Водолей.

Максимално понижение на блясъка на Слънцето би се наблюдавало, когато пасажите на Сатурн се случват близо до моментите на лятно и зимно слънцестояние за Сатурн. Екзопланетите трябва да са разположени съответно в съзвездията Стрелец и Бик.

В това ни убеждава също и възпроизвеждането на всички тези ситуации с програмата Stellarium.

Сатурн е на разстояние от Слънцето около 10 астрономически единици. Видимият диаметър на Слънцето за наблюдател от Земята е около 30 дъгови минути. Следователно видимият ъглов диаметър на Слънцето за наблюдател от Сатурн е едва около 3 дъгови минути. От същия порядък ще бъде и ширината на зоната от небесната сфера, в която трябва да се намират екзопланетите, за да може от тях да се наблюдават пасажи на Сатурн. Привеждаме това разсъждение, за да отбележим, че за да отговорим на поставения в задачата въпрос, не е нужно да отчитаме този ефект.

Критерии за оценяване (общо 10 т.):

- А)** За верни принципни разсъждения относно ориентацията на оста на Сатурн и връзката на тази ориентация с моментите на равноденствията и слънцестоянията на Сатурн и Земята – **2 т.**
За правилно определяне на месеците, в които са направени снимките – **4 т.**
- Б)** За правилни общи разсъждения относно покритията с минимално и максимално понижение на блясъка на Слънцето при пасаж на Сатурн – **1 т.**
За определяне на съзвездията, в които се намират екзопланетите – **3 т.**