

αТ. ОКУЛТАЦИИ ОТ ЛУНАТА.

Условие. По цялата небесна сфера са видими с просто око около $N_0 = 6000$ звезди.

- А) Окултация от Луната на колко видими с просто око звезди може да се наблюдава някъде по Земята:
 - в момента;
 - в рамките на следващия месец;
 - в рамките на следващите 100 години;
 - в рамките на следващите 26000 години? [7 т.]

Считайте звездите за разпределени равномерно по небесната сфера.

Астрономите Мартин Недев и Атанас Митрев участват в хасковско-кърджалийска наблюдателна експедиция в северното полукукло. Остават три дни до пълнолуние, и по периферията на лунния диск те забелязват две звезди, отстоящи една от друга на $\beta = 15.5'$. Тези звезди са на еклиптиката, като през цялата нощ височината им над хоризонта е точно еднаква. Започва окултация на една от звездите от Луната.

- Б) През кой месец и на каква географска ширина се правят наблюденията? [4 т.]
- В) Каква ще е продължителността на окултацията? [4 т.]

Лунната орбита да се приеме за кръгова.

Подсказка: Ъгловата площ на сфера е 4π стерадиана (sr), като $1 \text{ sr} \Leftrightarrow 1 \text{ rad}^2$.

Период на смята на фазите на Луната – $T_S = 29.53 \text{ d}$

Орбитален период на Луната – $T_L = 27.32 \text{ d}$

Наклон на лунната орбита спрямо еклиптиката – $i = 5.15^\circ$

Радиус на лунната орбита – $r_L = 384400 \text{ km}$

Радиус на Луната – $R_L = 1738 \text{ km}$

Радиус на Земята – $R_E = 6371 \text{ km}$

Решение.

а) 1. Денонощният хоризонтален паралакс на Луната е $p = \frac{R_E}{r_L} = 0.95^\circ = 57'$. Поради паралакса, центърът на лунния диск, гледано от Земята спрямо далечните звезди, може да лежи в рамките на кръг с радиус p . Пространството, което лунният диск може да закрие по небесната сфера, тогава е кръг с радиус $p + \rho_L$, където $\rho_L = \frac{R_L}{r_L} = 15.5'$ е ъгловият радиус на Луната. Съответстващата площ е

$$S = \pi(p + \rho_L)^2 = \pi \left(\frac{R_E + R_L}{r_l} \right)^2.$$

Ъгловата площ на цялата небесна сфера е $S_0 = 4\pi \text{ rad}^2 = \left(\frac{180}{\pi}\right)^2 \text{ deg}^2$. Броят звезди е

$$N = \frac{S}{S_0} N_0 = \left(\frac{R_L + R_E}{r_L} \right)^2 \frac{N_0}{4} = \mathbf{0.67}.$$

2. За един месец Луната прави пълен кръг по небесната сфера, тоест достъпните за окултация звезди лежат в „лента“ с ширина $2(p + \rho_L)$ около големия кръг на лунната орбита. Това съответства на площ $S = 2\pi \cdot 2(p + \rho_L)$. Броят звезди е

$$N = (p + \rho_L)N_0 = \left(\frac{R_E + R_L}{r_l}\right)N_0 = \mathbf{127}.$$

3. Лунната орбита прецесира спрямо еклиптиката с период $18.6 \text{ yr} \ll 100 \text{ yr}$. Поради това за окултация са достъпни звезди в лента около еклиптиката с ширина $2(i + p + \rho_L)$. Броят звезди е

$$N = (i + p + \rho_I)N_0 = \mathbf{666}.$$

4. В този случай числото насочва към прецесията на оста на Земята. Тя обаче не оказва никакво влияние върху отговора. В резултат на прецесията се променят екваториалните координати на звездите, но спрямо еклиптиката звездите са фиксирани. Така че

$$N = (i + p + \rho_L)N_0 = \mathbf{666}.$$

Крайните числени резултати са дадени с твърде висока точност за по-лесна проверка.

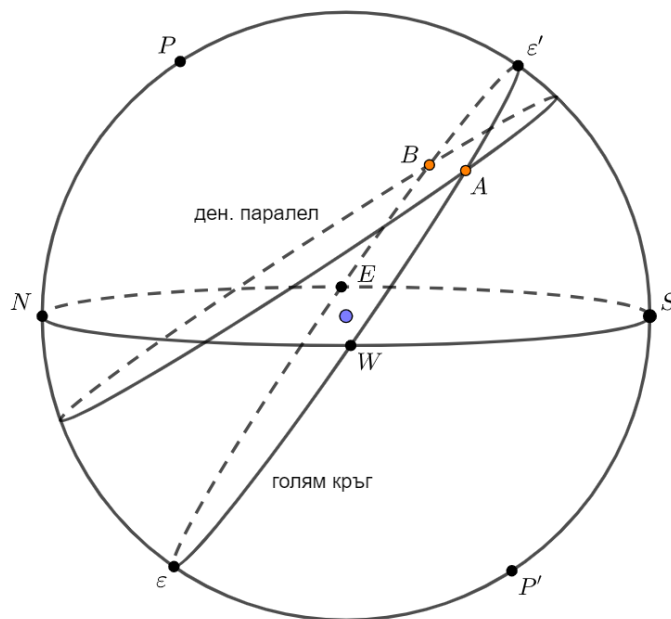
б) Ще покажем, че за да се изпълнява търсеното, трябва деклинацията на звездите да е еднаква и да се намират на географски полюс. Двете звезди лежат върху голям кръг¹ по небесната сфера, който участва в денонощното движение (в случая еклиптиката, но това не е от значение). Да вземем момента, в който възлите на големия кръг спрямо небесния екватор съвпадат с точките изток и запад. Тогава двете звезди, за да имат еднаква височина, трябва също да отстоят симетрично на небесния меридиан по азимут.

Да разгледаме денонощния паралел на една от звездите. За всяка точка от паралела, симетричната ѝ точка по азимут и височина спрямо небесния меридиан принадлежи на същия паралел. Виждаме, че в избрания момент (а съответно и винаги) двете звезди трябва да лежат на един денонощен паралел.

Ако този денонощен паралел е наклонен спрямо хоризонта, звездите няма как да имат еднаква височина през цялото денонощие. Съответно трябва небесният екватор да съвпада с хоризонта, тоест да се намираме на полюс.

Тъй като сме в северното полукукло, географската ширина е $\varphi = +90^\circ$.

Двете звезди са на еклиптиката и на един денонощен паралел, като ъгловото отстояние между тях е много малко. Това е възможно, само когато те се намират близо до точката на лятно



слънцестоене. Луната също е близо до тази точка. Да останат три дни по пълнолуние означава, че Слънцето отстои на ъгъл

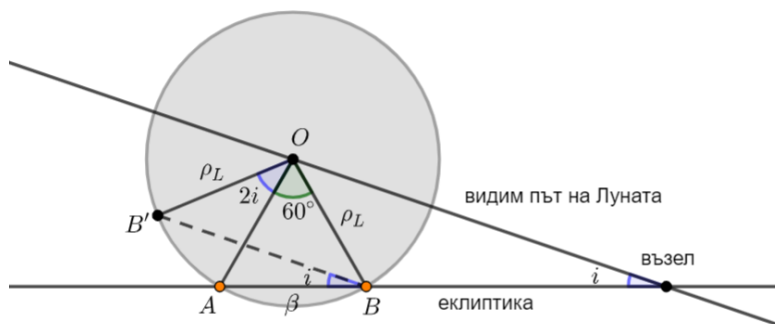
$$\frac{3 \text{ d}}{T_s} \cdot 360^\circ = 36.6^\circ$$

от противоположната на Луната точка (от чертеж на лунната орбита). Тоест Слънцето е отклонено с

$$\frac{36.6^\circ}{360^\circ} \cdot 365.25 \text{ d} = 37.1 \text{ d}$$

път „напред“ по еклиптиката от точката на зимно слънцестоене. Наблюденията се правят през **януари** (и видимо на наблюдателите им е много студено).

в) Прилагаме чертеж на Луната по видимия ѝ път, както и на двете звезди. На чертежа Луната може да е от двете страни на звездите A, B , възелът може да е от двете страни на звездите и може да е възходящ или низходящ, но тези варианти водят до само две възможности за продължителността на окултацията под въпрос (поради симетрията на лунния диск). На чертежа приемаме, че окултацията се наблюдава за звездата B , но ще правим разсъждения и за другия вариант.



Видимият път на Луната не съвпада с лунната орбита поради паралактичното отместване. Обаче тъй като наблюденията се правят от полюс, за характерната продължителност на окултация ($\sim 1 \text{ h}$) това паралактично отместване не се променя значително по големина и посока (важно, тъй като ефектът е от сравним порядък с ъгловите размери в задачата). Ъгълът между видимия път на Луната и еклиптиката тогава може да се вземе за $i = 5.15^\circ$.

Центърът на лунния диск лежи върху симетралата на отсечката между звездите, на отстояние $\rho_L = 15.5'$ от всяка от звездите. Това отстояние е равно на ъгъла β , така че центърът на лунния диск образува равнобедрен триъгълник със звездите, имащ ъгли по 60° . Отчитайки и вписания ъгъл $\angle ABB'$, хордата на окултацията BB' обхваща централен ъгъл $60^\circ + 2i$ (за хордата AA' в другия вариант съответно има $60^\circ - i$). Дължината на хордата тогава е $2\rho_L \sin(30^\circ \pm i)$. Ъгловата скорост на Луната спрямо звездите е $2\pi/T_L$, тоест продължителността на окултацията е

$$\Delta t = \frac{\rho_L \sin(30^\circ \pm i)}{\pi} T_L = \mathbf{33 \text{ min}, 24 \text{ min.}}$$

¹ Приемаме, че този кръг не е меридиан. Ако беше, можем да достигнем случая $\varphi = 0^\circ$ и $\delta_A = -\delta_B$, в който също височините остават същите с времето.

Критерии за оценяване (общо 15т.):

а) – За метод при 1. (вкл. без паралакс) – 1т.

– За числен отговор на 1. – **1т.**

– За метод при 2. (вкл. без паралакс) – **1т.**

– За числен отговор на 2. – **1т.**

– За метод при 3. (вкл. без паралакс) – **1т.**

– За числен отговор на 3. – **1т.**

– За обосновка, че прецесията не влияе на отговора на 4. – **1т.**

б) – За намиране на географската ширина – 2т. (1т. без обосновка)

– За намиране на месеца – **2т.**

в) – За дължина на хордата на окултацията – 2т. (1т. при един вариант)

– За продължителност на окултацията (вкл. при един вариант) – **1т.**

– За коментар за паралакса – **1т.**