

Задача 2. Звездата на смъртта и GRB. Във филма „Междувъзвездни войни“ (1977 г.) фантастична бойна станция, наречена „Звездата на смъртта“, унищожава планетата Олдерон, като насочва към нея мощен зелен лазерен лъч.

- А) Приемете, че масата на Олдерон е 0.9 земни маси, а радиусът ѝ е 6250 km. За да се унищожи Олдерон, лазерното оръдие на „Звездата на смъртта“ стреля в продължение на около 0.3 s. Оценете по порядък броя фотони в секунда, които лазерното оръдие изстрелва. Дължината на вълната на монохроматичната зелена светлина е 550 nm. [4 т.]

Разбира се, построяването на толкова мощно оръжие е практически невъзможно. Но има явления в космоса, които са със сходна мощност и насоченост на потока. Такива са гама-избухванията (Gamma Ray Burst – GRB). При тях се наблюдава кратък и много силен проблясък в най-високоенергетичните електромагнитни вълни – гама-лъчите, което е последвано от по-дълго „послесветене“ в целия останал електромагнитен спектър, включително в оптичния диапазон. Източникът изстрелва материя по конусовидни струи, наречени джетове. Там се образуват гама-лъчите, а при взаимодействието на част от гама-лъчите с междувъзвездния газ се поражда мощното послесветене.

- Б) Гама-избухванията биват два основни вида: кратки (около 30% от всички) и дълги (около 70%). Кратките GRB са с продължителност под 2 s (средна продължителност 0.2 s), а дългите са с продължителност над 2 s (средна продължителност 30 s). Кратките GRB се пораждат при сливане на двойка неутронни звезди, докато дългите се пораждат при свръхмощна свръхнова с колапс на ядрото на масивна звезда. Обяснете количествено (с пресмятания) защо кратките GRB трябва да са породени от сливания на неутронни звезди, а не от масивна звезда. [3 т.]
- В) Гама-избухването GRB 030329 е едно от по-близките засечени GRB – наблюдавано е в галактика с червено отместване $z = 0.169$. Около 1 час след избухването оптичното послесветене е със звездна величина $V = 12.6$. От какво разстояние GRB 030329 е било с видим блясък колкото Сириус, гледан от Земята? Сравнете това разстояние с разстоянията до близките галактики. [4 т.]
- Г) Представете си, че има планета-двойник на Олдерон на 1 AU от GRB 030329, в конуса на избухването. Оценете за какво време планетата ще бъде унищожена от избухването. Ъгълът на върха на конуса на GRB 030329 е 2° . Известно е, че значителна част от енергията на GRB се отделя в послесветене. [4 т.]

Справочни данни:

Маса на Слънцето – 1.99×10^{30} kg

Маса на Земята – 5.97×10^{24} kg

Абсолютна визуална звездна величина на Слънцето – 4.84 mag

Гравитационна константа – $G = 6.67 \times 10^{-11}$ kg⁻¹m³s⁻²

Константа на Планк – $h = 6.63 \times 10^{-34}$ J s

Решение:

А) От съображения за размерности гравитационната потенциална енергия на сферично тяло с маса M и радиус R трябва да бъде

$$E_p = -kGM^2/R,$$

тъй като всеки слой на тялото получава гравитационна потенциална енергия от вътрешните слоеве. За тяло с константна плътност $k=3/5$, но тъй като задачата е за оценка на порядък, всяка стойност на k в интервала $0.1 - 1.0$ дава приемлив резултат.

Ако времето за унищожаване на връзките е $t = 0.3s$, необходимата мощност за разрушаване до потенциална енергия 0 е

$$P = -\frac{E_p}{t} = \frac{kGM^2}{Rt}$$

Енергията на фотон при дължина на вълната λ е

$$\varepsilon = hc/\lambda$$

Броят фотони в секунда от лазерното оръдие на Звездата на смъртта ще бъде:

$$\frac{\Delta n}{\Delta t} = \frac{P}{\varepsilon} = \frac{kGM^2\lambda}{hcRt} = 1.7 \times 10^{51} s^{-1}$$

Или, на порядък, 10^{51} фотона в секунда.

Б) Кратките GRB са със средна продължителност $t_s = 0.2s$. Следователно зоната, от която идват гама-лъчите, е изключително малка на размер. Тя не може да бъде по-голяма от $ct_s = 60\,000\text{ km}$, тъй като за зона с по-голям размер сигналят ще пътува през самата зона по-дълго от 0.2 секунди.

В) От червеното отместване пресмятаме скоростта на отдалечаване на галактиката-домакин на избухването, а със закона на Хъбъл получаваме разстоянието до нея:

$$z = v_R c$$
$$v_R = Hr$$

Използвайки $H = 70\text{ km s}^{-1}\text{ Mpc}^{-1}$, получаваме разстояние $r = 724\text{ Mpc}$. Можем да получим абсолютна звездна величина на послесветенето

$$V - M_V = 5 \lg(r[\text{pc}]) - 5.$$

Получаваме $M_V = -26.70$ – значително по-мощно от последвалото лъчение от свръхновата. По същата формула намираме разстоянието, на което звездната величина на послесветенето е била равна на тази на Сириус, гледан от Земята ($V_{\text{Sirius}} = -1.5$). Получаваме $r_{-1.5} = 1.1\text{ Mpc}$ – малко повече от разстоянието до галактиките Андромеда и М33.

Г) По закона на Погсън оценяваме светимостта на послесветенето.

$$\frac{L_V}{L_{\text{sol}}} = 10^{-0.4(M_V - M_{V\text{sol}})} \approx 4 \times 10^{12}$$

Това е груба и занижена оценка, тъй като послесветенето е налично във всички диапазони, от рентген до радио, докато Слънцето е относително мощно във V филтър.

Значителна част от енергията в конуса на избухването се отделя в послесветене. В първо приближение нека приемем, че е 50%. С тези две съображения можем да направим консервативната оценка, че мощността на заредените частици в конуса на избухването, от които се формират гама-лъчите, е поне $10^{14} L_{\text{sol}}$.

При ъгъл на колимация 2° сечението на конуса на разстояние 1AU от източника е кръг с радиус $S = \pi[(2\pi/180)^\circ]^2 \text{ AU}^2$, а сечението на Олдерон би било πR^2 . Мощността, която Олдерон ще поема на разстояние 1ly от източника ще бъде

$$L \approx \frac{\pi R^2}{S} \times 10^{14} L_{\text{sol}}$$

Времето за разрушаване можем да оценим със съображенията от подусловие А):

$$L = -\frac{E_p}{t} = \frac{kGM^2}{Rt}$$

$$t = \frac{kGM^2}{RL} = \frac{kGM^2 S}{\pi R^3 L_{sol}} 10^{-14} \approx 1 \text{ ms}$$

За време от порядъка на 1 милисекунда планетата няма да може да произлъчи значително количество енергия и ще бъде разрушена.