

Задача 2. Междוזвездна мисия. В бъдещето е изпратена роботизирана мисия до кафявото джудже DENIS 0255-4700 на разстояние 4.97 pc от Земята. Масата на DENIS 0255-4700 е около 45 Юпитерови маси, радиусът му е един Юпитеров радиус, температурата му е 1300 K. Мисията се състои от много лек летателен апарат, ускорен до постоянна скорост 45000 km/s, с малка управляема камера на борда, която наблюдава в инфрачервен филтър J.

- А) Колко години преди летателният апарат да достигне DENIS 0255-4700 камерата му ще регистрира кафявото джудже и Слънцето (наблюдавано в обратна посока) като обекти с еднаква яркост? Звездната величина в J на DENIS 0255-4700 при наблюдение от Земята е $J_D = 13.2$, а на Слънцето $-J_S = -27.93$. [5 т.]
- Б) С приближаването си към крайната цел камерата на борда на апарата засича транзити на планета пред диска на кафявото джудже веднъж на всеки 13.7 d. Определете видимата звездна величина на кафявото джудже, гледано от планетата, във филтър J. Направете обосновано предположение за видимата визуална звездна величина на кафявото джудже, гледано от планетата. Сравнете гледката от планетата със Слънцето, гледано от Земята. [6 т.]
- В) При транзитите, които камерата регистрира докато апаратът е относително далече от кафявото джудже, изменението на неговия блясък е с амплитуда 0.015 mag. Ако масата на планетата е 2.0 земни маси, пресметнете средната ѝ плътност. Какви предположения можете да направите за химичния състав на планетата? [4 т.]

Справочни данни:

Маса на Слънцето – 1.99×10^{30} kg

Маса на Земята – 5.97×10^{24} kg

Маса на Юпитер – 1/1047 слънчеви маси

Среден радиус на Юпитер – 69 900 km

Фотосферна температура на Слънцето – 5770 K

Гравитационна константа – $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ kg}^{-1}\text{m}^3\text{s}^{-2}$

Решение:

А) Намираме абсолютните звездни величини M_J на Слънцето и на кафявото джудже във филтър J, използвайки:

$$J - M_J = 5 \lg(r[pc]) - 5$$

Получаваме $M_{Jsol} = 3.64$, $M_{JDENIS} = 14.72$

Намираме отношението на светимостите във филтър J от закона на Погсън:

$$\frac{L_{JDENIS}}{L_{Jsol}} = 10^{0.4(M_{JDENIS} - M_{Jsol})} = \frac{1}{27040}$$

Тъй като за светимостта L , светлинния поток E и разстоянието r важи

$$E = \frac{L}{4\pi r^2}$$

и осветеностите E_J са равни, можем да пресметнем отношението на разстоянията от апарата до кафявото джудже и до Слънцето:

$$\frac{r_{DENIS}}{r_{sol}} = \sqrt{\frac{L_{DENIS}}{L_{sol}}} = \frac{1}{164}$$

Следователно, в търсения момент разстоянието от апарата до кафявото джудже е 1/165-та част от разстоянието от Земята до кафявото джудже. Времето за изминаване на това разстояние със скорост $v = 0.15c$ е:

$$t = \frac{1}{165} \frac{r}{(0.15c)}$$

Получаваме $t = 0.655 \text{ yr} = 239 \text{ d}$ преди достигане на кафявото джудже.

Б) Наблюдаваният период на транзитите е $P = 13.7 \text{ d}$, но той не съответства на истинския орбитален период поради крайната скорост на светлината. Между два последователни пасажа апаратът се е доближил до кафявото джудже с разстояние vP , което се изминава от светлината за време $\Delta t = (v/c)P$. Лъчите, засечени при първия пасаж, са излъчени Δt по-рано, следователно това е разликата между наблюдавания и истинския период:

$$P_0 = P + \Delta t = P \left(1 + \frac{v}{c}\right) = 15.755 \text{ d}$$

Радиусът r на орбитата на планетата около кафявото джудже намираме от III Закон на Кеплер:

$$\frac{r^3}{P_0^2} = \frac{GM}{4\pi^2}$$

Получаваме $r = 1.811 \times 10^6 \text{ km}$.

Намираме видимата звездна величина в J, използвайки отново формулата за абсолютна звездна величина:

$$J - M_J = 5 \lg(r[pc]) - 5$$

Използвайки абсолютна звездна величина 14.72, получаваме $J = -26.44$, което е сравнимо със Слънцето, гледано от Земята.

Използвайки радиуса R и температурата T , можем да пресметнем светимостта L на кафявото джудже в слънчеви светимости:

$$\frac{L_{DENIS}}{L_{sol}} = \left(\frac{R_{DENIS}}{R_{sol}}\right)^2 \left(\frac{T_{DENIS}}{T_{sol}}\right)^4 = \frac{1}{38500}$$

От закона на Погсън намираме болометричната звездна величина на кафявото джудже:

$$M_{DENIS} = M_{sol} - 2.5 \lg \frac{L_{DENIS}}{L_{sol}} = 0.33$$

Получава се 16.21, което е по-слабо от абсолютната звездна величина 14.72 в J , тъй като в инфрачервения диапазон кафявото джудже излъчва относително повече спрямо Вега, отколкото в целия спектър. Във видимия диапазон кафявото джудже излъчва много по-малко. Добра оценка за визуалната абсолютна звездна величина би била $M_V \sim 20$ mag, т.е. около $V \sim -21$ mag, гледано от планетата – все още изключително ярко по червеното небе на планетата.

В) При транзити от планета с радиус R_p ще остане непокрита част от диска на кафявото джудже ($1 - (R_p/R_s)^2$), което ще е и отношението на светлините потоци в транзит и извън транзит. Следователно:

$$\Delta m = -2.5 \lg \left(1 - \left(\frac{R_p}{R_s} \right)^2 \right)$$

$$\frac{R_p}{R_s} = 0.117$$

Получаваме $R_p = 8180$ km.

Плътноста пресмятаме от

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{3M}{4\pi R^3} = 5.21 \text{ g/cm}^3$$

Това е сравнително висока плътност, следователно планетата е от земен тип. Може да се предположи, че е съставена главно от метали, с известни количества силиций и, евентуално, въглерод.