

Содержание

9.7. Хранители полюса	2
9.8. Колечко-колечко.....	5
9.9. Променили Солнце на Луну	8

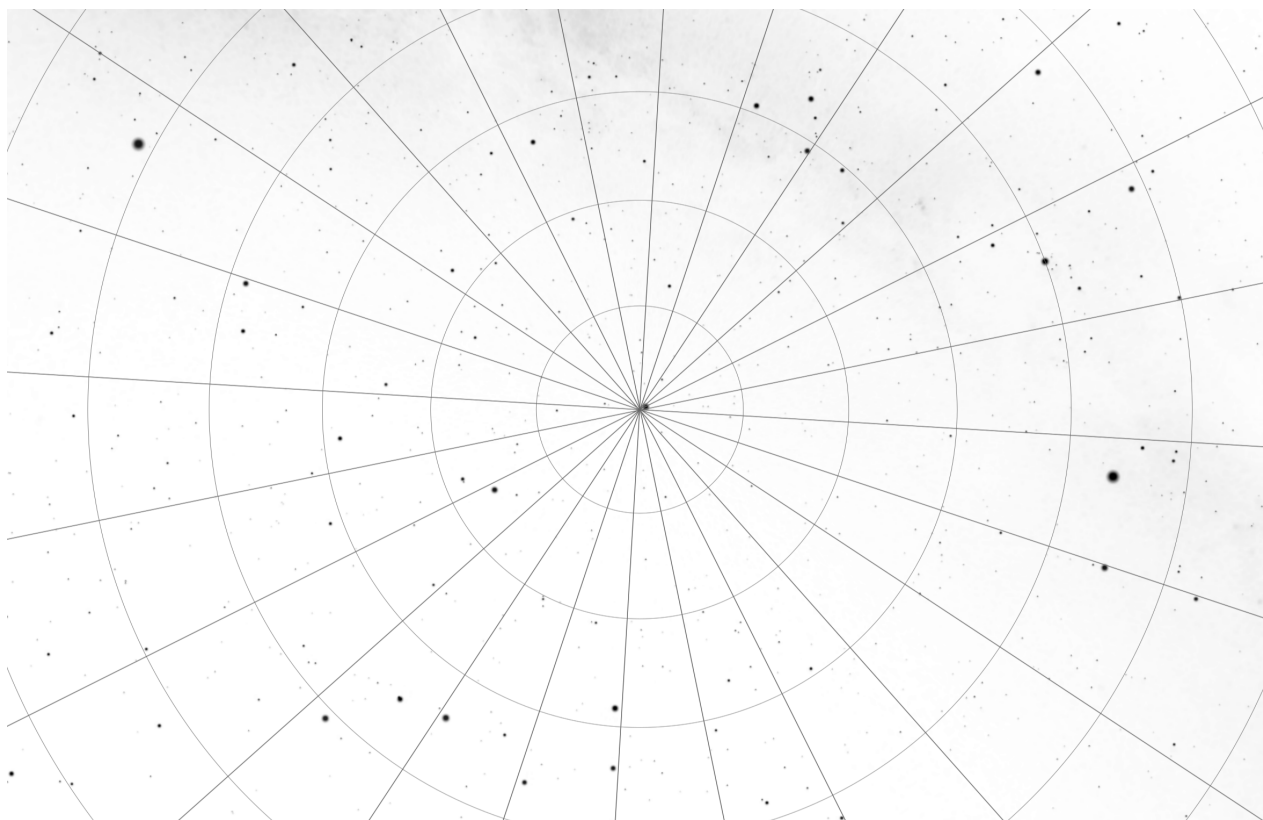
9.7. Хранители полюса

Е. Н. Фадеев

В древности звёзды γ и β Малой Медведицы (Феркад и Кохаб) указывали на Северный полюс мира, подобно тому как звёзды α и β Большой Медведицы указывают на полюс мира сейчас. Вам предоставлен фрагмент звёздной карты с нанесенными на неё линиями экваториальной системы координат. Суточные параллели нарисованы через каждые 10° , круги склонений — через 1^h .

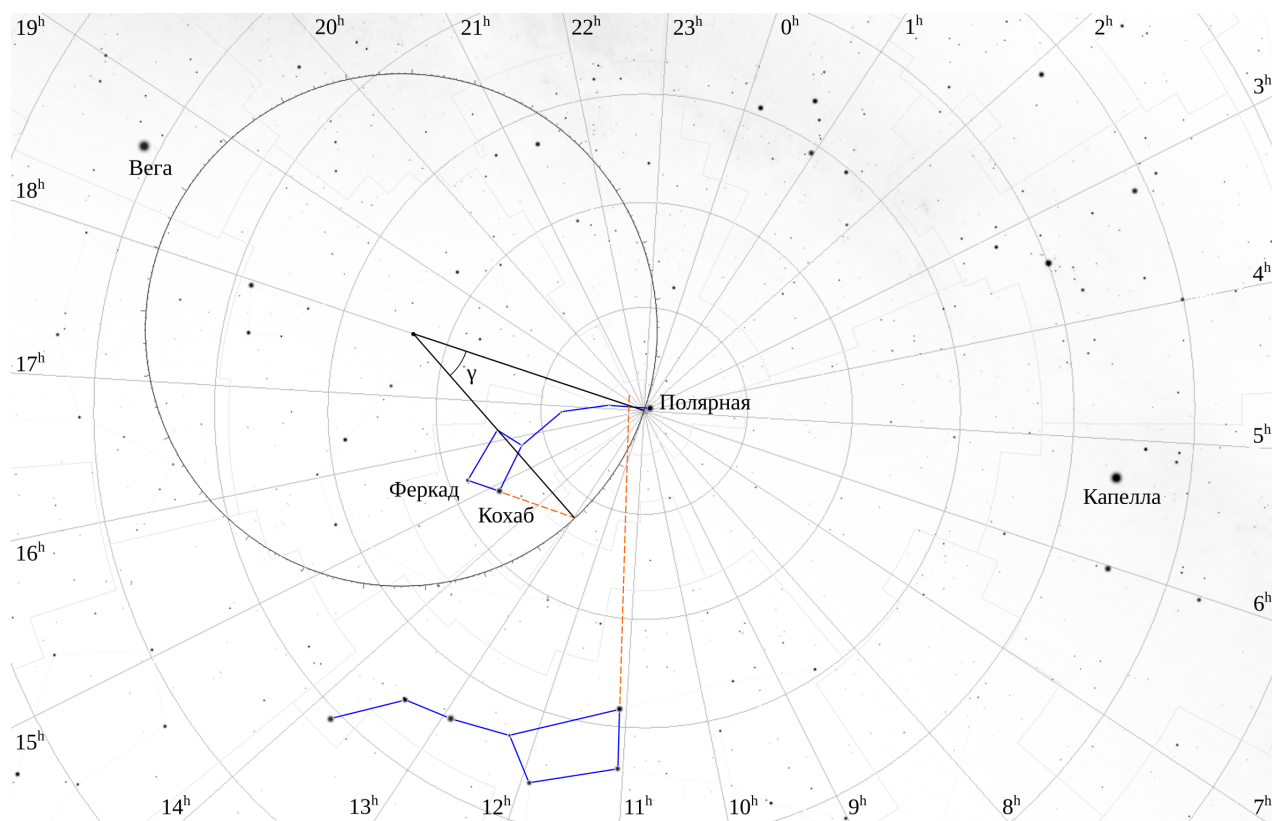
1. Как давно в последний раз Феркад и Кохаб указывали на полюс мира?
2. На каком угловом расстоянии от текущего положения он находился?
3. Выразите угловое расстояние от Кохаба до полюса мира в тот момент в долях расстояния между Кохабом и Феркадом.

Звезда	Прямое восхождение	Звезда	Прямое восхождение
Вега	18.6^h	Кохаб	14.8^h
Капелла	5.3^h	Феркад	15.3^h



Решение. В результате прецессии Северный полюс мира движется вокруг полюса эклиптики по малому кругу небесной сферы радиусом 23.4° с периодом около 26 000 лет. Координаты северного полюса эклиптики $\alpha_{PE} = 18^h$, $\delta = 66.6^\circ$.

Напомним астрономическую терминологию. Кругом склонения называется большой круг небесной сферы, проходящий через полюса мира. Вдоль него измеряются склонения. На иллюстрации круги склонений представлены в виде прямых, расходящихся из центра —



Северного полюса мира. Суточными параллелями называются малые круги небесной сферы, параллельные небесному экватору. Вдоль суточных параллелей перемещаются звезды в процессе суточного движения. Каждая суточная параллель имеет постоянное склонение. На рисунке суточные параллели показаны концентрическими окружностями.

Нам даны прямые восхождения двух ярких звёзд: Вега находится в левом верхнем углу, а Капелла — вблизи правой границы карты. Правильно отождествив звёзды и приняв во внимание, что прямые восхождения увеличиваются по часовой стрелке, найдём нужный круг склонений. Если участники обладают достаточными знаниями звездного неба, они могут использовать другие способы для градуировки системы координат.

Измерим линейкой расстояние x между суточными параллелями 60° и 70° . Оно равно 21 мм. В силу особенностей стереографической проекции, в которой сделана эта карта, расстоянием между каждой парой суточных параллелей различно. Тогда полюс эклиптики будет находиться на расстоянии $0.66x \approx 14$ мм от параллели 60° или на расстоянии $0.34x \approx 7$ мм от параллели 70° . Проведём окружность с центром в полюсе эклиптики и проходящую через полюс мира.

Звёзды Кохаб и Феркад — две наиболее яркие звезды в созвездии Малой Медведицы после Полярной. Они образуют донышко ковшика. Хотя далеко не всегда яркость звёзд в созвездии уменьшается в порядке $\alpha, \beta, \gamma \dots$ но в данном случае это правило выполняется. Те, кто не помнит на память какие именно звёзды в астеризме Малый Ковш носят такие названия, могут догадаться с помощью заданных в условии координат. Проведем линию от Феркада через Кохаб до пересечения с начерченным нами кругом. Угол между современным и древним положениями полюса мира с вершиной в полюсе эклиптике равен 30° . Значит, полюс мира

проходит это расстояние за время

$$t = \frac{30}{360} 26\,000 \approx 2170 \text{ лет,}$$

Получаем, что Феркад и Кохаб указывали на полюс мира около 146 года до нашей эры.

Измерим расстояние от древнего положения полюса мира до современного. Оно оказывается в 1.2 раза больше, чем расстояние от суточной параллели 80° до полюса. Тогда угловое расстояние между положениями полюса равно 12° .

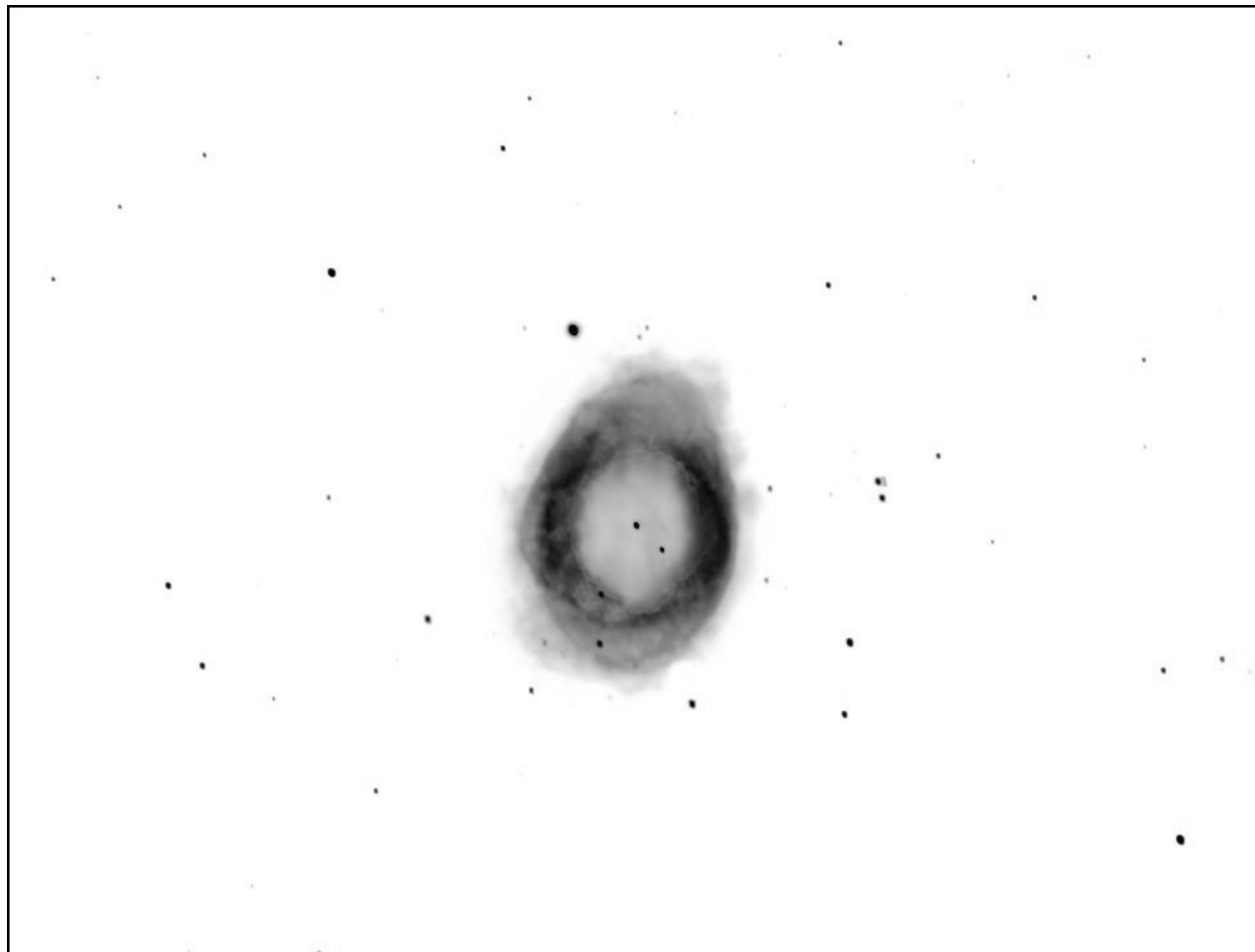
Расстояние от Кохаба до полюса составляло 2.4 расстояний Феркад — Кохаб.

Критерии оценивания.	25
К1. Градуировка координатной сетки	5
Правильно понято, где какие координатные круги	1
Найдены правильные опорные звезды с известными координатами	2
Правильная градуировка кругов склонений	2
К2. Определение положения прецессионного круга	7
Правильное положение полюса эклиптики	2
Правильно проведен прецессионный круг	3
Правильное направление движения полюса по прецессионному кругу	2
К3. Правильно найдены Кохаб и Феркад	1 + 1
Если правильно найдена только одна звезда, то дальнейшее решение не оценивается.	
К4. Ответ на первый вопрос — правильное время	5
К5. Ответ на второй вопрос — правильное расстояние от текущего полюса	3
К6. Расстояние от Кохаба до полюса в прошлом	3

9.8. Колечко-колечко...

Е. Г. Бойцов

Угловой размер планетарной туманности Кольцо на небе $1.5' \times 1'$. Сколько звезд 6^m и ярче попало на этот кадр? А 7^m и ярче? Оцените звездную величину самых тусклых звезд на фотографии. Межзвездным поглощением пренебречь.



Источник: [Reddit](#)

Решение. Хорошо известно, что объекты Мессье, а туманность Кольцо — это объект этого каталога под номером 57, сравнительно яркие, 6–9 звездной величины. Можно вспомнить, что звездная величина М 57 примерно равна 9^m . Однако, эта яркость распределена по довольно большой площади фотографии и напрямую сравнивать звезды с туманностью не получится. Разве что мы получили некоторый ориентир: самые тусклые звезды точно не могут быть ярче 9^m .

Размеры туманности на фотографии равны примерно 38×56 мм. Отношение этих величин примерно соответствует отношению данных в условии угловых размеров туманности, т. е. масштаб фотографии в обоих направлениях одинаковый составляет $0.26'/\text{см}$. Тогда наш кадр занимает на небе площадку $5.4' \times 4.1' = 0.0062$ квадратных градусов. Всего на небе 41250 квадратных градусов, то есть на кадре нам видна 1.5×10^{-7} часть неба.

Всего на небе видно около 6000 звезд шестой звездной величины и ярче. На одну такую звезду

приходится более тысячи площадок подобных нашей, поэтому вероятнее всего, что ни одна звезда 6^м и ярче не попала на нашу площадку.

Попробуем оценить, на сколько больше звезд 7^м и ярче можно увидеть на небе. Сначала предположим, что все звезды одинаковые и распределены в пространстве равномерно. В отсутствие поглощения мы можем их видеть до некоторого расстояния r , с которого они видны как звезды 6^м. На одну звездную величину слабее они будут видны с расстояния $r + \Delta r$ такого, что

$$\frac{r + \Delta r}{r} = 10^{0.2} \approx \sqrt{2.515}.$$

Число видимых звезд пропорционально объему сферы, в котором они расположены. Тогда

$$\frac{N(\leq 7)}{N(\leq 6)} = \left(\frac{r + \Delta r}{r} \right)^3 = 10^{0.6} \approx 3.98 \approx 4.$$

Если мы окружены звездами двух типов, то видимые до определенной звездной величины они заполняют разные сферические объемы, но изменению на одну звездную величину соответствуют аналогичные увеличения объемов и численности звезд. Точно такие же рассуждения можно проделать для любого числа различных наборов звезд, а значит, выведенная закономерность справедлива для всей совокупности звезд. Также заметим, что мы нигде не использовали конкретные звездные величины, то есть это правило универсально: звезд ярче величины $m+1$ больше, чем m в 4 раза. Это утверждение называют теоремой Зеелигера.

Отсюда делаем вывод, что звезд 7^м и ярче 24 000, то есть на каждую приходится 278 площадок. Следовательно, ожидаемое число таких звезд на фотографии тоже 0.

При этом мы можем найти 40-50 звезд. Это значит, что всего для наблюдения с такой проникающей способностью на небе около $N_t = 3 \times 10^8$.

Пусть $N = 6000$ — это число звезд ярче 6^м. Тогда $N_t = 4^x N$. Тогда

$$4^x = \frac{N_t}{N} \Rightarrow x = \log_4 \frac{N_t}{N} = \frac{\lg \frac{N_t}{N}}{\lg 4} \approx 7.8.$$

Вычисления с логарифмами здесь можно упростить, помня, откуда берется четверка:

$$4^x = 10^{0.6x} = \frac{N_t}{N} \Rightarrow x = \frac{\lg \frac{N_t}{N}}{0.6} \approx 7.8.$$

Значит на фотографии видны звезды до 13.8^м.

В действительности межзвездное поглощение приводит к тому, что мы видим меньше звезд, отчего с увеличением на звездную величину видим не в 4 раза больше звезд, а примерно в 2. Поэтому наша оценка получилась заниженной.

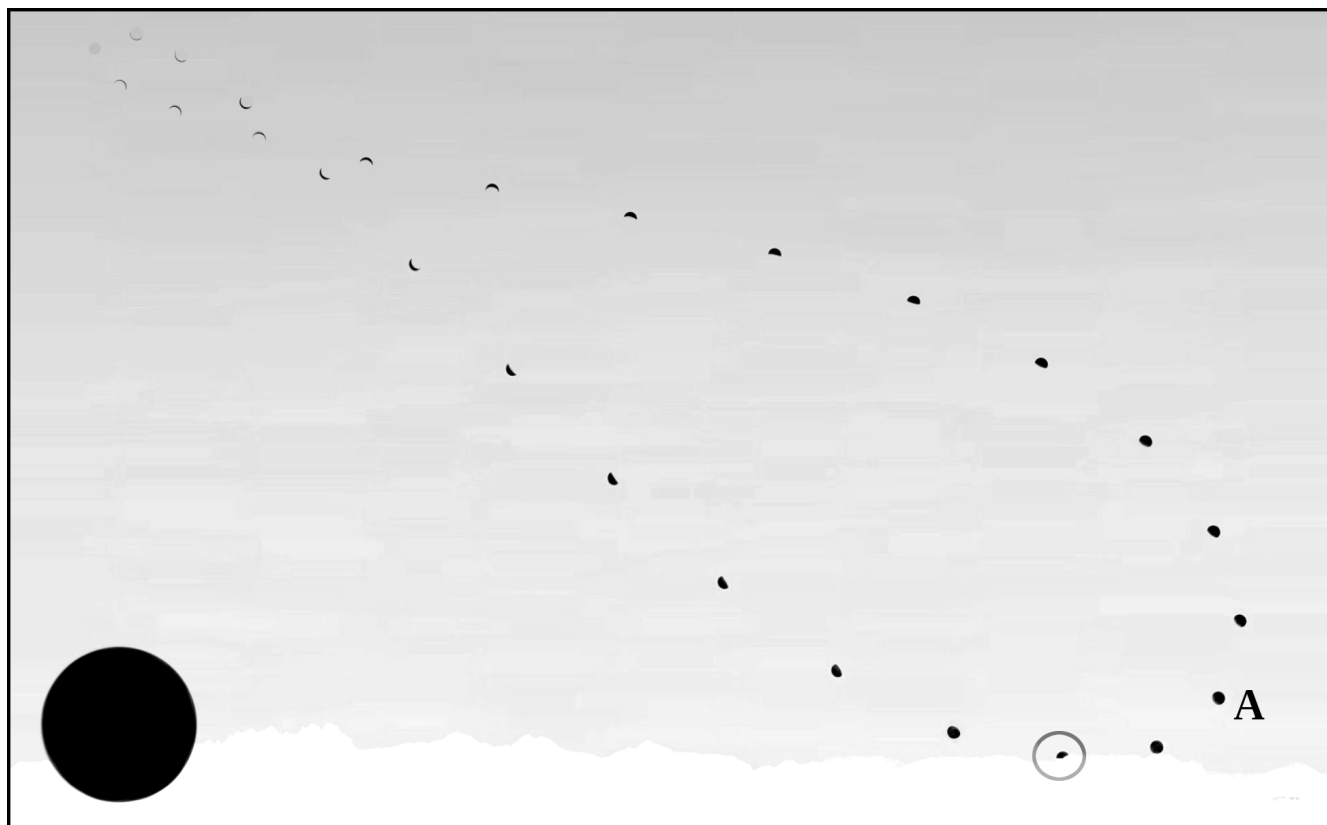
Критерии оценивания.	25
К1. Определение углового размера фотографии	7
Масштаб фотографии	3
Угловые размеры	2 + 2
К2. Число таких площадок на небе	3
Площадь всего неба	2
Вывод	1
К3. На фотографии 0 звезд 6^m и ярче	3
Сколько звезд 6^m и ярче на небе	1
Вывод	2
Если указана 1 звезда, то 1 балл. В остальных случаях 0 баллов.	
К4. Вывод теоремы Зеелигера	4
Данный результат может быть известен участнику и может быть засчитан без вывода.	
К5. На фотографии 0 звезд 7^m и ярче	4
Сколько звезд 7^m и ярче на небе	2
Вывод	2
Если указана 1 звезда, то 1 балл. В остальных случаях 0 баллов.	
К6. Определение звездной величины самых слабых звезд	4

9.9. Променяли Солнце на Луну

Т. В. Мигаль

Вам представлена лунная аналемма, снятая по тому же принципу, что и стандартная солнечная. В левом нижнем углу изображения дан диск Луны, увеличенный в 12 раз по сравнению с масштабом фото. Известно, что в период фотографирования Луны произошло летнее солнцестояние. Первой была сделана фотография Луны в полнолунии, отмеченная на рисунке кружком. Считать, что нижний край фотографии параллелен горизонту.

1. Определите полушарие Земли, в котором были сделаны фотографии.
2. Найдите широту места съемки.
3. Через какой интервал времени от начала съемки сделан кадр с Луной в положении **А**?
4. Луна на первом кадре заходит или восходит? Отметьте на фотографии точку запада или востока.
5. Определите эклиптическую широту Луны в точке **А** аналеммы.
6. Определите дату начала съемки.



Источник: [APOD](#)

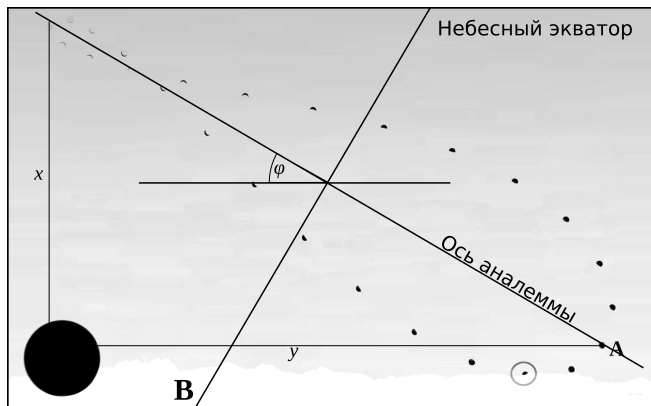
Решение.

Во время летнего солнцестояния Солнце имеет положительное склонение, в кадре Луна вблизи новолуния указывает соответствующее положение Солнца на небе в некоторый момент

съемки. Полная Луна вблизи летнего солнцестояния имеет отрицательное склонение, и положение Луны в этот момент также есть в кадре. Поскольку на аналемме положение Солнца (при положительном склонении) выше, чем положение полной Луны (при отрицательном склонении), то можно сделать вывод, что изображение получено в **северном** полушарии Земли.

Проведем ось аналеммы — линию, делящую пополам нижнюю и верхнюю петли. Заметим, что лунная аналемма также, как и солнечная, имеет форму восьмерки, что обусловлено наклоном орбиты Луны к экватору, а также ее эксцентриситетом.

Значит, как и у солнечной аналеммы, ось перпендикулярна экватору — отклонения, вызванные эксцентрисичностью и нелинейностью движения из-за наклона заметно меньше изменения склонения. Получаем, что ось аналеммы пересекает горизонт под углом, примерно равным широте. Это утверждение справедливо только при положении аналеммы вблизи точек востока или запада. Измерим два катета в прямоугольном треугольнике, гипотенузой которого является ось аналеммы, а один из катетов параллелен горизонту. Получим $x = 12.7$ см; $y = 22$ см. То есть широта равна



$$\arctg(x/y) \approx 30^\circ.$$

В реальности серия фотографий была снята на юге штата Нью-Мексико, на широте 31°

Фотографии для солнечной аналеммы делаются в одно и то же время по среднему солнечному времени, то есть раз в синодический период обращения Земли вокруг собственной оси и вокруг Солнца. Так же и с Лунной аналеммой — изображения были получены с промежутком в синодический период Луны и осевого вращения Земли.

$$\Delta T = \frac{T_{\odot} \cdot T_{\zeta}}{T_{\zeta} - T_{\odot}} = \frac{23^{\text{h}} 56^{\text{m}} 4^{\text{s}} \cdot 27.3217^{\text{d}}}{27.3217^{\text{d}} - 23^{\text{h}} 56^{\text{m}} 4^{\text{s}}} = 24^{\text{h}} 50^{\text{m}} 31^{\text{s}}.$$

Второе положение Луны на этом снимке находится левее первого. Проще всего это можно определить по порядку изменения лунных фаз. Снимок **А** был сделан 25-м, то есть спустя $24 \cdot \Delta T \approx 24^{\text{d}} 20^{\text{h}} 12^{\text{m}}$.

Проведем срединный перпендикуляр к оси аналеммы (см. рисунок). Это будет небесный экватор. Поскольку, как мы выяснили, наблюдения происходят в северном полушарии, то данное взаимное положение небесного экватора и горизонта соответствуют восточной части неба, а Луна на первом кадре восходит.

Будем считать, что угловой масштаб фото всюду одинаков. Это также можно подтвердить, измерив размер лунного серпа на аналемме в разных местах. Он окажется постоянным. Теперь измерим размер увеличенного диска Луны в углу коллажа. Он равен 30 мм. Размер

аналеммы по оси — 254 мм. Значит, угловой размер аналеммы равен:

$$d = 0.5^\circ \cdot \frac{254 \cdot 12}{30} \approx 51^\circ.$$

В самом южном положении склонение Луны равно $\delta_{moon} = -51^\circ/2 = -25.5^\circ$. Так как наклонение орбиты Луны к эклиптике много меньше наклонения эклиптики к экватору, то наименьшее склонение у Луны наблюдается вблизи точки зимнего солнцестояния, а значит можно линейно переводить склонение в эклиптическую широту:

$$\beta_{moon} = \delta_{moon} + \varepsilon = -2^\circ.$$

Жюри приняло решение не оценивать шестой вопрос задачи.

Критерии оценивания.	25
К1. Определено полушарие Земли.....	3
К2. Найдена широта места съемки.....	6
Обоснование измерений.....	4
Измерения.....	2
К3. Найден интервал времени от начала съемки до точки А	5
Вычисление синодического периода.....	3
Верно определено направление движения Луны по аналемме.....	1
Вычислени интервала времени.....	1
К4. Положение Луны относительно горизонта.....	4
Полная Луна восходит.....	2
Если нет объяснения, то 1 балл.	
Правильно отмечена точка восхода.....	2
К5. Определена эклиптическая широта Луны в точке А	7
Обоснование измерений.....	3
Измерения.....	2
Если определен только масштаб снимка, то 1 балл.	
Определена эклиптическая широта Луны.....	2