

Летние учебно-тренировочные сборы по астрономии Теоретический тур — IAO

28 июня – 12 июля 2016 года

Задача 1. «Беглянка»

И.А. Утешев

Звезду Барнарда — одиночную звезду в созвездии Змееносца ($\alpha = 18.0^h$, $\delta = +4.7^\circ$) — часто называют «летающей», поскольку она обладает самым большим из известных собственных движений: $\mu_\alpha = -798$ mas/год, $\mu_\delta = 10327$ mas/год. Кроме того, её лучевая скорость составляет $v_r = -111$ км/с при параллаксе $\pi = 547$ mas!

Найдите полную пространственную скорость звезды Барнарда относительно Солнечной системы.

Решение:

Расстояние до звезды Барнарда $d = \frac{1 \text{ пк}}{\pi''} = 1.828 \text{ пк}$.

Полная пространственная скорость $v = \sqrt{v_\alpha^2 + v_\delta^2 + v_r^2} = \sqrt{(\mu_\alpha^2 \cos^2 \delta + \mu_\delta^2) \cdot d^2 + v_r^2} = 143 \text{ км/с}$.

Задача 2. Марсианская высота

М.А. Пирогов

В решениях задач по астрономии часто можно встретить так называемую высоту однородной атмосферы для Земли, которая составляет примерно 8 км. Эта величина показывает, какой была бы высота атмосферы, если бы она имела всюду одинаковую плотность, равную плотности воздуха у поверхности, а давление у поверхности оставалось бы неизменным. Оцените аналогичное значение для Марса, если температура у его поверхности $T_0 \approx -30^\circ\text{C}$, а в атмосфере нет почти ничего, кроме углекислого газа. Считайте, что искомая высота значительно меньше радиуса Марса.

Решение:

Так как высота атмосферы невелика, можно воспользоваться двумя приближениями. Во-первых, пренебрежём изменением ускорения свободного падения. Во-вторых, объём атмосферы выразим, как

$$V_{atm} \approx 4\pi R_\oplus^2 h.$$

Тогда давление запишется как

$$p = \frac{g M_{atm}}{4\pi R_\oplus^2} = \frac{4\pi R_\oplus^2 \rho g h}{4\pi R_\oplus^2} = \rho g h.$$

Воспользуемся уравнением состояния идеального газа:

$$p = \frac{\mu p}{\mathfrak{R} T} g h \Rightarrow h = \frac{\mathfrak{R} T}{\mu g}.$$

Осталось только подставить числа:

$$h \approx \frac{8.3 \cdot 243}{44 \cdot 10^{-3} \cdot 3.7} \text{ м} \approx 12 \text{ км}.$$

Задача 3. Довести до белого каленья

И.А. Утешев

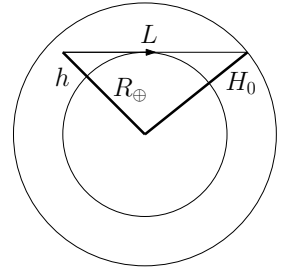
Находясь на вершине горы над морем (широта — 35° с.ш., высота $h = 963$ м), наблюдатель видит в морской бинокль небольшой корабль у горизонта. На корабле установлена сигнальная лампа. На какую электрическую мощность P она рассчитана, если её можно перепутать с восходящей Вегой? Относительная световая отдача лампы $\eta = 2\%$. Боллометрическими поправками пренебречь. Зенитное поглощение на уровне моря примите равным $\zeta = 0.2^m$.

Решение:

Расстояние от наблюдателя до корабля (дальность горизонта) $l = \sqrt{2R_\oplus h}$. Сравним освещённость от лампы с солнечной постоянной, используя формулу Погсона: $\frac{\eta P}{4\pi l^2} = E_\odot \cdot 10^{0.4(m_0 - m_\odot)}$. Расчёт без учёта поглощения ($m_0 = 0.0^m$) даёт $P = 200$ кВт.

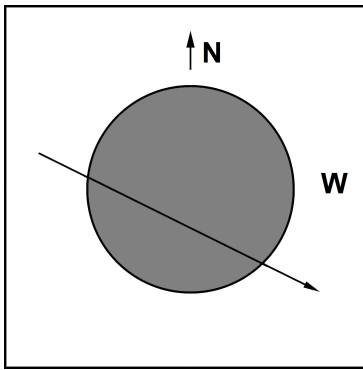
Путь луча от Вегы через атмосферу $L = l + \sqrt{2R_\oplus H_0}$ при высоте однородной атмосферы $H_0 \simeq 8$ км. Величина поглощения прямо пропорциональна пути луча.

Окончательно $\frac{\eta P}{4\pi l^2} \cdot 10^{-0.4\zeta L/H_0} = E_\odot \cdot 10^{0.4(m_0 - m_\odot)} \cdot 10^{-0.4\zeta L/H_0} \Rightarrow P = 130$ Вт.



Задача 4. Псевдомеркурий

И.А. Утешев, ИАО-2012- $\alpha\beta 2$



В 2016 году Полярник Вася обыкновенно отмечал 9 мая, находясь на Северном полюсе и наблюдая, как маленькое небесное тело долго и печально проходит по диску Солнца. Василий предполагал, что наблюдает транзит американского секретного спутника, обращающегося вокруг Земли по круговой орбите.

Найдите радиус и наклонение орбиты такого спутника, а также его диаметр.

Геоцентрические расстояния Солнца и Меркурия во время прохождения составляли 1.010 и 0.557 а.е. соответственно.

Решение:

Угловые скорости Меркурия и Псевдомеркурия относительно наблюдателя равны:

$$\sqrt{\frac{GM_\oplus}{R^3}} \simeq \frac{\sqrt{GM_\odot \left(\frac{2}{d_{\odot\oplus}} - \frac{1}{a_\oplus} \right)} - \sqrt{\frac{GM_\odot}{a_\oplus}}}{d_{\odot\oplus}}.$$

Здесь мы пренебрегли эллиптичностью орбиты Земли, наклоном плоскости орбиты Меркурия к плоскости эклиптики, параллаксом (полагая искомый радиус орбиты спутника $R \gg R_\oplus$) и радиальной компонентой скорости Меркурия. Все эти эффекты, как мы увидим, не влияют на конечный результат и могут лишь его ухудшить (уменьшение относительной угловой скорости приводит к увеличению расчётной R). Расчёт даёт $R \simeq 3 \cdot 10^6$ км. На таком расстоянии от Земли её спутник находиться не может (это в два раза дальше точек Лагранжа L_1 и L_2).

Задача 5. Псевдомарс

И.А. Утешев, ИАО-2014- $\alpha\beta 2$

Как известно, самые успешные астрологи астрологией не занимаются. Некоторые же прочие в своих расчётах заменяют планету Марс на воображаемый Псевдомарс. Положим, Псевдомарс существует на самом деле, и большая полуось его орбиты на 4.00% меньше, чем у орбиты Марса при равных эксцентриситетах. Орбиту Земли считайте круговой.

- а) Оцените, как часто происходят великие противостояния Псевдомарса.
 б) Исходя из предположения о совпадении физических характеристик Псевдомарса и Марса, оцените разницу их блесков во времена соответствующих великих противостояний.

Решение:

Период обращения Псевдомарса $T = T_{\odot} \cdot 0.96^{3/2} = 646.18$ сут, что соответствует синодическому периоду $S = (1/T_{\oplus} - 1/T)^{-1} = 840.18$ сут. Заметим, что $S : T = 13 : 10$ с точностью $\sim 2 \cdot 10^{-4}$. Таким образом, великие противостояния Псевдомарса происходят каждые $13T \simeq 10S = 23.0$ года.

Искомая разница звёздных величин Марса и Псевдомарса в великих противостояниях

$$\Delta m = 5 \log \frac{a_{\odot} (1 - e_{\odot})}{0.96 a_{\odot} (1 - e_{\odot})} + 5 \log \frac{a_{\odot} (1 - e_{\odot}) - a_{\oplus}}{0.96 a_{\odot} (1 - e_{\odot}) - a_{\oplus}} = 0.43^m.$$

Задача 6. А зори там тихие...

И.А. Утешев

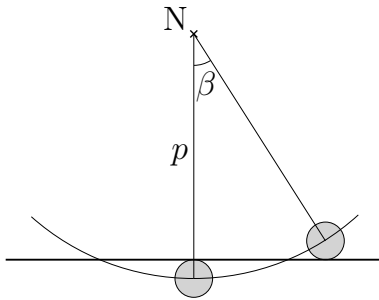
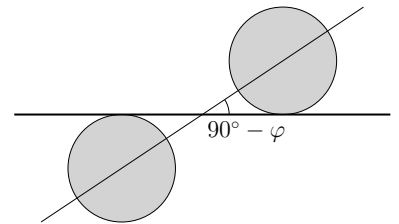
Рыжая панда Миру устала от всеобщего внимания и улетела на Уран. Там, конечно, холодно, зато спокойно. И восходы красивые. В каких пределах может изменяться продолжительность восхода Солнца для Миру, находящейся на условной «поверхности» этого газового гиганта? Ураноцентрическая широта места наблюдения — 10° с.ш. Орбиту Урана считайте круговой. Атмосферой, конечно, следует пренебречь.

Решение:

Угловой размер Солнца при наблюдении с Урана составляет $\psi = 100''$.

Минимальная продолжительность восхода соответствует нахождению Солнца на небесном экваторе:

$$t_{\min} = \frac{\psi / \cos \varphi}{360^\circ} \cdot T_{\delta} = 5 \text{ с, где } T_{\delta} \text{ — период вращения Урана.}$$



Максимальная продолжительность достигается в «едва незаходящем положении». Полярное расстояние $p = \varphi + \psi/2 \simeq \varphi$ мало, поэтому рисуем «плоский» чертёж:

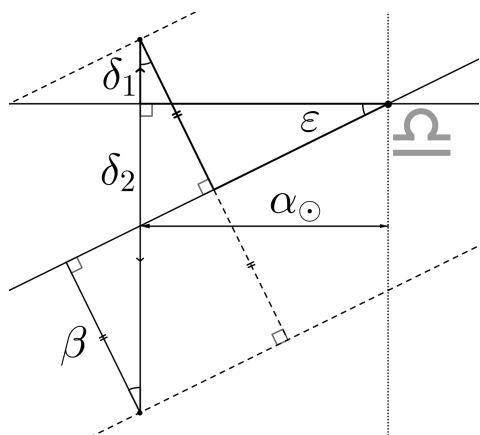
$$(1 - \cos \beta) \cdot p \simeq \frac{\beta^2 p}{2} = \psi \Rightarrow t_{\max} \simeq \frac{\sqrt{2\psi/\varphi}}{2\pi} \cdot T_{\delta} \simeq 12 \text{ мин.}$$

Задача 7. Полночь

И.А. Утешев

В течение года некоторое удалённое светило описывает на небе Земли параллактический эллипс, эксцентриситет которого $e = 0.987$. В ночь с 6 на 7 апреля можно наблюдать, как оно пересекает меридиан в полночь. На какой высоте над горизонтом это происходит? Широта пункта наблюдения 75.3° с. ш.

Решение:



Эклиптическая широта светила $\beta = \pm \arccos e = \pm 9.25^\circ$.

Прямое восхождение Солнца составляет $\alpha_\odot \simeq 17^\circ$, а светила — $\alpha_X = 12^h + \alpha_\odot$. Таким образом, светило располагается вблизи точки осеннего равноденствия:

$$\alpha_\odot = \delta_1 \tan \varepsilon + \frac{|\beta| - \delta_1 / \cos \varepsilon}{\sin \varepsilon} \Rightarrow \delta_1 = 2.71^\circ;$$

$$2\beta = (\delta_1 + |\delta_2|) \cos \varepsilon \Rightarrow \delta_2 = -17.45^\circ.$$

При склонении δ_2 светило является невосходящим и наблюдаться не будет. Высота верхней кульминации $h = 90^\circ - \varphi + \delta_1 = \boxed{17.4^\circ}$